1913

Zur Geschichte des spezifischen Gewichtes im Altertum und Mittelalter.

Dr. Heinrich Bauerreiß.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA40154019_0001

Zur Geschichte des spezifischen Gewichtes im Altertum und Mittelalter.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der

Friedrich-Alexanders-Universität Erlangen

vorgelegt

von

Heinrich Bauerreiß

aus Erlangen.

Tag der mündlichen Prüfung: 27. Oktober 1913.

Erlangen

K. B. Hof- und Univ.-Buchdruckerei von Junge & Sohn

1914.

45

Gedruckt mit Genehmigung der hohen philosophischen Fakultät der Universität Erlangen.

Referent: Herr Geh. Hofrat Prof. Dr. E. Wiedemann.
Dekan: Herr Geh. Hofrat Prof. Dr. E. Wiedemann.

Inhaltsangabe.

Seite

Einleitung 1

I. Teil.

Die Anschauungen vom Leichten und Schweren . . . . . 1—12
Die Antike, die Araber, der Okzident.

II. Teil.

1. Vorbemerkungen zum II. und III. Teil . . . . . 12—20
Die Antike, die Muslime, die abhängigen Quellen, der Okzident.
2. Bestimmung des spezifischen Gewichts . . . . . 21—108
Allgemeines.
A. Feste, einfache Körper.
a) Vergleich gleicher Volumina . . . . . 28—36
b) Vergleich mit Wachs . . . . . 36—39
c) Verdrängungsmethode . . . . . 39—46
d) Archimedisches Prinzip . . . . . 47—66
B. Legierungen.
Allgem. Betrachtungen . . . . . 66—67
1. Gewichte gleicher Volumina . . . . . 68—71
2. Archimedisches Prinzip . . . . . 71—80
3. Graphische Methoden . . . . . 80—83
Anhang: Trinäre Verbindungen, Aufgaben und Tabelle . . . 83—90
C. Flüssigkeiten.
a) Bestimmung gleicher Volumina . . . . . 90—95
b) Das Aräometer . . . . . 95—108

III. Teil.

Das Schwimmen . . . . . 109—126
Schluß: Zusammenfassung 127

Einleitung.

Das Interesse an der Geschichte der Naturwissenschaften und damit auch an derjenigen der Physik hat sich in den letzten Jahrzehnten wesentlich gehoben. Immer mehr macht sich dabei das Bedürfnis geltend, durch Einzeluntersuchungen sichere Grundlagen für eine richtige Erkenntnis früherer Zeiten zu gewinnen.

Einen Beitrag in dieser Richtung soll die folgende Arbeit liefern, die die Entwicklung der Kenntnisse vom spezifischen Gewicht sowie derer vom Schwimmen im Altertum und Mittelalter schildert.

Die Arbeit zerfällt in folgende Teile:

I. Die Anschauungen vom Leichten und Schweren.
II. Das spezifische Gewicht.
III. Das Schwimmen.

I. Teil.

Die Anschauungen vom Leichten und Schweren.

Wir behandeln zunächst die Auffassungen vom Leichten und Schweren, bezw. dem Leicht- und Schwersein, im philosophischen Sinn ohne Rücksicht auf das spez. Gewicht. Die Vorsokratiker[1]) behandeln die in Rede stehenden Begriffe nicht. Aristoteles tadelt[2]) deshalb seine Vorgänger, daß sie nur das Schwerere und Leichtere besprechen, nicht aber das Schwer- und Leichtsein an sich. Erst Plato hat sich bemüht, diese Begriffe zu entwickeln. Er geht dabei von der Ansicht

[1]) H. Diels, Die Fragmente der Vorsokratiker, Berlin 1910.
[2]) Phys. IV, 1.

aus, dass das Weltgebäude Kugelgestalt hat und sein Mittelpunkt mit dem der Erde zusammenfällt. Die Elemente, aus denen sich die Welt zusammensetzt, sind Erde, Wasser, Luft und Feuer[1]); einem jeden von ihnen hat der Schöpfer seine Sphäre oder seinen natürlichen Ort gemäß seiner Art zugewiesen; dort verharrt es, so lange es sich selbst überlassen bleibt. Entfernt man aber ein Element mit Gewalt aus seiner Sphäre, so strebt es nach ihr zurück. Dieses Streben des Teiles zum Ganzen ist die Ursache des Schwer- und Leichtseins, und zwar spricht man von Schwersein, wenn der Körper die Richtung nach dem Erdmittelpunkt, von Leichtsein, wenn er die Richtung nach den Grenzen des Weltalls einschlägt. „Das Schwere wird nach unten, das Leichte nach oben getrieben." Plato definiert also Schwer- und Leichtsein durch die Bewegung, die ein Körper seiner Natur nach zeigt, um das Verwandte zu erreichen[2]). Nach dieser Anschauung hört die Eigenschaft eines Körpers, schwer oder leicht zu sein, auf, wenn er seinen natürlichen Ort erreicht hat. Nach Plato[3]) gibt es also kein absolutes Gewicht, sondern nur ein relatives, durch die augenblickliche Lage des Körpers bedingtes.

Ausführlicher erörtert Aristoteles die Begriffe Leicht- und Schwersein, teils im Anschluß an Plato, teils im Gegensatz zu diesem. Vor allem kommen hier in Betracht seine Werke: „Über das Himmelsgebäude" und „Acht Bücher Physik".

Nach Aristoteles zerfällt der irdische Teil des Weltalls in vier Regionen, die den vier[4]) Elementen entsprechen. Element nennt er das, was nicht mehr in anderes, der Art nach Ver-

---

[1]) Diese Einteilung soll indischen Anschauungen entsprechen, die dann von den griechischen Philosophen übernommen worden sind. Vgl. K. E. Neumann, Reden des Gotamo Buddha, Leipzig 1896, I, 7; F. Strunz, Skizzen zur Geschichte der Naturwiss., Leipzig 1909, S. 10.

[2]) Tim. 33. 58. 62. 63.

[3]) E. O. v. Lippmann, Journal für prakt. Chemie Bd. 76; A. E. Haas, Arch. für Gesch. der Naturw. u d. Technik, 1909, Bd. II; B. Rothlauf, Programm der Kreisrealschule München, 1886/88; F. Strunz, Naturbetrachtung und Naturerkenntnis im Altertum, Leipzig 1904.

[4]) Das fünfte Element, der Äther, gehört dem überirdischen Teil des Weltalls an.

schiedenes, zerlegt werden kann. Die Zahl der Elemente ist endlich und zwar gibt es deren vier, aus denen sich alles andere zusammensetzt. Die Erde ist absolut schwer, das Feuer absolut leicht, die beiden anderen sind relativ leicht und schwer. Wird ein Grundstoff aus seiner natürlichen Lage entfernt, so ist er schwer, wenn er sich dann gegen den Erdmittelpunkt hin, leicht dagegen, wenn er sich von ihm fort gegen die Grenzen des Himmelsgewölbes bewegt. Die Bewegung selbst erfolgt längs einer Geraden, die durch den Erdmittelpunkt geht[1]). „Das eigentliche Wesen des Schweren und Leichten besteht darin, daß das eine durch das Oben, das andere durch das Unten bestimmt unterschieden ist“ [2]). Bei gemischten Körpern kommt es darauf an, was in der Mischung das Übergewicht hat[3]). Im Gegensatz zu Plato betont Aristoteles, daß die Beurteilung von Schwere und Leichtigkeit nicht von der Menge des Stoffes abhängt; es ist gleichgültig, ob man wenig oder viel Blei vor sich hat, „die Menge spielt keine Rolle“ [4]). Auch von der Form der Körper ist deren Leicht- und Schwersein unabhängig[5]). Die Schwere beruht darauf, daß in den schwereren Körpern mehr (*πλεῖον*) enthalten ist[6]). Dabei schwebt wohl Aristoteles dunkel ein Begriff vor, der unserem Massenbegriff verwandt ist.

Ein weiteres Merkmal des Leichten und Schweren ist durch die Worte gekennzeichnet: „Durch das Tastgefühl ist sinnlich wahrnehmbar dasjenige, was Schwere und Leichtigkeit hat“ [7]). An einer anderen Stelle wird eine frühere Definition, die er mit Plato teilt, in der folgenden Form gegeben: „Schwer und leicht ist etwas deshalb, weil es bewegt werden kann“ [8]). Weil aber in dieser Welt jeder Körper bewegt werden kann, so hat ein jeder[9]) Schwere mit Ausnahme des Feuers, das absolut leicht ist. Die Eigenschaft, schwer zu sein, behält jeder Körper bis zum Erdmittelpunkt hin[10]). Aus diesem Streben

---

[1]) Phys. I, 5; III, 5; IV, 1; de coel. I,2. 3; II, 14. [2]) Phys. IV, 8.
[3]) de coel. I, 2. [4]) Phys, 1 gegen Tim 63C. [5]) de coel IV, 6.
[6]) de coel. III, 1. [7]) Phys. IV, 7. [8]) de coel. IV, 1. [9]) de coel. IV, 4.
[10]) de coel II, 14.

schliesst er, daß die Masse der Erde nach allen Richtungen gleichmäßig verteilt sein muß, daß die Erde also Kugelgestalt hat.

Zum erstenmal findet sich bei Aristoteles der Gedanke, dass die Schwere vom Ort, an dem sich ein Körper befindet, abhängt. „Das Wasser hat in der Erde keine Schwere.“ Während also Wasser in der Luft nach unten strebt, wird es von der absolut schweren Erde nach oben gedrängt. Als Beweis, daß die Schwere durch den Ort bedingt ist, an dem sich ein Körper befindet, gibt der Stagirite folgendes Beispiel[1]). Holz vom Gewicht eines Talentes wiegt in der Luft mehr als Blei vom Gewicht einer Mine; im Wasser aber übertrifft die Schwere des Bleies diejenige des Holzes.

Nach Titus Lucretius Carus, dem Vertreter der Atomistik, der seine Ansichten in dem Lehrgedicht de rerum natura[2]) niederlegte, ist jeder Körper schwer; absolute Leichtigkeit gibt es nicht. Das Schwere entsteht durch Anhäufung der Atome, die so klein sind, daß wir sie mit dem Auge nicht wahrnehmen können; sie können nicht mehr geteilt werden, doch sind sie nach Härte und Gewicht unter sich verschieden. Alle Verbindungen setzen sich aus den Atomen zusammen; während aber die ersteren wieder zerfallen können, bleiben letztere unverändert. Je dichter und enger die Atome gelagert sind, desto härter ist der Körper. Infolge der Schwere bewegt sich ein Körper nach unten, falls kein Hindernis für die Bewegung vorliegt, und zwar auf einer Geraden, die durch den Erdmittelpunkt geht. Der Ansicht der griechischen Philosophen kann er sich nicht anschließen, daß es für Körper einen Ort gebe, wo sie „des Gewichtes beraubt“ sind. Schwersein ist also für ihn eine unverlierbare Eigenschaft[3]).

---

[1]) de coel. IV, 4. Ein Talent hat 80 ℔; die Mine ist der 60. Teil eines Talentes.

[2]) Eine Übersetzung gibt M. Seidel, München 1881.

[3]) I, 236. 317. 546. 954; II, 83. 166. 198. 385. Die Ansichten des Lucretius haben außer durch sein eigenes Werk auch dadurch weite Verbreitung gefunden, daß andere durch ihn angeregt Lehrgedichte verfaßten, wie Egnatius, Varro und Sallustius, deren Werke jedoch verloren gingen. Vgl. Schanz, Röm. Lit.-Gesch. I², 191. 367.

Neben den Ausführungen über das Schwer- und Leichtsein an sich finden wir Darlegungen, welche schwere und leichte Körper vergleichen, so daß die Begriffe schwerer und leichter sich ergeben. Die Wege, welche man dabei einschlug, führten aber zunächst noch nicht zum Begriff des spez. Gewichts; die Angaben sind überwiegend theoretisch-philosophisch. Schon Plato wies darauf hin, daß Körper unter sich ein verschiedenes Maß von Schwere aufweisen[1]). So betont er, daß Gold schwerer ist als Erz. Doch interessiert ihn weniger diese Tatsache als der Grund für sie. Er erklärt den Gegensatz zwischen „leichter" und „schwerer" aus dem Überwiegen eines der vier Elemente über die anderen. Ist aber ein Körper härter und doch leichter als ein anderer, so liegt die Ursache in der Porosität. Die in den Zwischenräumen befindliche Luft bewirkt einen Trieb nach oben, also eine Abnahme der Schwere. Als Beispiel nennt er Gold und Erz. Erz ist härter, weil es mehr Erdartiges enthält, aber leichter als Gold infolge großer Zwischenräume[2]). Plato gibt nicht an, auf welche Weise er die Körper miteinander auf eine größere Schwere oder Leichtigkeit verglich; erst Aristoteles kommt auf diesen Punkt zu sprechen[3]).

Die Frage, mit der sich schon Plato befaßt hatte, woher es kommt, daß gewisse Körper an Masse kleiner als andere, aber dennoch schwerer sind als sie, wie Erz und Holz, oder Erz und Wolle, beantwortet Aristoteles[4]) nicht so wie Plato. Statt auf den eingeschlossenen leeren Raum hinzuweisen, sagt er, der leichtere Körper hat sicher weniger Körperhaftes, denn von diesem, nicht von dem Leeren rührt die Schwere her. An einer anderen Stelle[5]) sagt er: „Je nach der Zusammensetzung sind die Körper leichter oder schwerer."

[1]) Tim. 59 C: „Von allen Körpern, die wir schwerflüssig genannt haben, ist der aus den feinsten und gleichmäßigsten Teilen entstehende, dichteste in seiner Art einzige, von glänzendgelber Farbe, das köstlichste Besitztum, das Gold."

[2]) Tim 59 C. [3]) Phys. IV, 8; de coel. III, 2. [4]) De coel. IV, 2.

[5]) De coel. IV, 4 Man vergleiche mit diesen Aussagen die das Pseudo-Euklid (v. unten).

Aristoteles denkt sich verschiedene schwere Körper gegeben; infolge ihrer Schwere streben sie nach unten. Derjenige ist der schwerere, welcher an die unterste Stelle gelangt. Oder man läßt nach ihm mehrere Körper in demselben Medium fallen; derjenige, der sich mit größerer Schnelligkeit nach abwärts bewegt, ist der schwerere[1]). Je feiner das Medium ist, desto größer ist die Geschwindigkeit. Dabei setzt Arisoteles stillschweigend voraus, daß die Körper gleich groß sind, denn die größere Menge wird immer schneller bewegt[2]).

Ähnliche Gedanken, wie sie Aristoteles entwickelte, finden wir in einer Schrift, die nur in lateinischer und arabischer Übersetzung erhalten ist. Letztere rührte von Thâbit Ibn Qurra her und führt den Titel: „Werk des Euklid über die Schwere uud Leichtigkeit der Körper und ihr gegenseitiges Verhältnis.“ In ihr finden sich neben anderen die folgenden vier Sätze[3]):

1. An Kraft gleiche Körper sind solche, die in gleichen Zeiten gleiche Räume durchlaufen und zwar in ein und derselben Luft oder in derselben Flüssigkeit[4]):

2. Körper, die in verschiedenen Zeiten sich durch gleiche Räume bewegen, sind verschieden an Kraft.

3. Dem Körper, der die größere Kraft hat, kommt die kleinere Zeit zu. Von entsprechender Art sind solche, die bei gleicher Größe gleiche Kraft haben.

4. Sind gleich große Körper verschieden an Kraft in derselben Luft oder derselben Flüssigkeit, so sind sie der Art nach verschieden. Der in der Dichte stärkere ist an Kraft größer.

---

[1]) Phys. IV, 8. [2]) De coel. IV, 4.

[3]) Auf die drei vorangehenden Sätze kommen wir noch zurück. Die Übersetzung rührt von E. Wiedemann her. Bezüglich der Ausgaben des Werkes und der sich daran anschließenden Kontroversen über die Echtheit vgl. Th. Ibel, Die Wage im Altertum und Mittelalter, Erlanger Dissertation 1908, S. 36ff.

[4]) Zu beachten ist, daß betont wird, daß die Bewegung in derselben Luft und in demselben Wasser stattfinden soll.

Die Beiträge der Römer zu unserer Frage bestehen kurz in dem Folgenden: Lucretius wiederholt die Aussagen des Plato und des Aristoteles. Seneca[1]) erklärt diejenigen Dinge für die leichteren, welche am wenigsten Erdbestandteile enthalten. Darum ist das Regenwasser die leichteste aller Flüssigkeiten[2]); alle anderen lösen etwas von dem Boden auf, den sie durchfließen. Die Luft ist ihm ein Körper, den er sich wie Plato aus Wasser entstanden denkt. Die oberen Luftschichten sind leichter als die unteren, denn letztere werden von den ersteren gedrückt. Von der Kälte sagt er aus, daß sie verdichte, während die Wärme ausdehne. Die Fähigkeit eines Körpers schnell die Wärme aufzunehmen und lange festzuhalten ist für ihn ein Mittel, einen Rückschluß auf die Dichte zu machen. „Je dichter ein Körper ist, desto schneller erwärmt er sich und desto länger hält er die Wärme.“ Interessant ist seine Folgerung auf die Beschaffenheit der Wandelsterne. Je weiter sie von der Erde abstehen, desto leichter müssen sie sein. Darum ist der Saturn der leichteste von allen[3]). Wenn Plinius auch nicht in wissenschaftlicher Weise die Fragen behandelt, so sind doch folgende Aussagen wert, aufgeführt zu werden.

Will man Metalle vergleichen, so muß man sie erst durch Glühen reinigen[4]). „Je öfter man Gold glüht, desto mehr gewinnt es an Güte.“ Doch bleibt immer etwas Silber in ihm zurück. Das feinste Gold enthält noch $^1/_{36}$ Silber. Gold ist das schwerste der Metalle, ihm steht am nächsten das Quecksilber[5]). An einer anderen Stelle freilich erklärt er Blei für schwerer als Gold[6]). Bezüglich der Edelsteine schreibt er[7]): Zuerst soll man das Gwicht berücksichtigen, denn die schwereren sind die echten. Als Vergleichsmittel ist Glas gewählt. Bei der Besprechung des Karbunkels[8]) em-

[1]) L. Annaei Senecae opera ed. F. Haase, Leipzig 1852; J. Clarke, Physical Science in the time of Nero, London 1910.

[2]) Ein Satz, der von Gelehrten des Mittelalters oft wiederholt wird, so von R. Senalis, M. Neander, Nic. v. Cusa.

[3]) F. Haase l. c. I, 252. 315. [4]) Lib. 33. 19. [5]) lib. 33, 32.

[6]) lib. 33, 19. [7]) lib. 37, 76. [8]) lib. 37, 26. [9]) lib. 18, 11.

pfiehlt er zweifelhafte Steine mit echten zu vergleichen, „die falschen sind leichter“; doch gibt er keine Zahlen.

Bezüglich der Schwere der Getreidearten macht er folgende Angaben[1]). Füllt man von jeder Gattung 1 modius (= ca. 8,5 l), so wiegt am leichtesten die Gerste, sie übersteigt selten das Gewicht von 15 ℔, die Bohne wiegt 22 ℔; schwerer ist der Dinkel und noch schwerer der Weizen.

Ausführungen von arabischen Gelehrten beweisen, daß für sie die Ansichten der griechischen Philosophen maßgebend waren[2]). Dies zeigen z. B. folgende Stellen. Jâqût[3]) berichtet in seinem geogr. Wörterbuch Bd. I, 13 ff. „Einige sagen: In der Natur des leichten Körpers liegt das in die Höhe steigen und in der Natur des schweren das Herabfallen.“ Ibn al Haitam schreibt sowohl der Erde wie dem Weltall Kugelgestalt zu. Jedes der vier Elemente besitzt einen Ort, der ihm von Natur zukommt. Der Erde, die von Natur aus schwer ist, kommt der Ort zu, welcher dem Mittelpunkt am nächsten ist. Daran reiht sich das Wasser. Wie das Wasser die Erdkugel, so umgibt das Feuer die Luftkugel. Der Teil, welcher weder leicht noch schwer ist, enthält alle Sterne. Schwere Körper sind solche, die sich von allen Seiten der Welt nach dem Mittelpunkt bewegen, die leichten solche, die sich von der Mitte zu der Oberfläche hinbewegen. Die, welche weder schwer noch leicht sind, bewegen sich stets um den Weltmittelpunkt. Wird ein Körper von seinem Ort zu einem vom Mittelpunkt entfernteren emporgehoben, so bewegt er sich infolge seiner natürlichen Kraft nach dem früher eingenommenen Ort zurück, falls ihn kein Hindernis aufhält. Wenn möglich, bewegt er sich bis zum Mittelpunkt des Alls. Ebenso verhält sich jedes Wasserteilchen. Analog wird das Leichte besprochen. Es bewegt sich stets aufsteigend bis an den Ort, wo sich die übrigen leichten Teile befinden. Die

[1]) 1 ℔ = 345 g.

[2]) E. Wiedemann, Beiträge V, S. 431. IX, S. 183 Anm. 1.

[3]) E. Wiedemann, Anschauungen der Muslime über die Gestalt der Erde, in Archiv f. d. Gesch. der Naturw. u. d. Technik Bd. I. 1909. S. 18 ff.

ganze Anordnung der Welt ist derartig, daß sich das Dünnere über dem Dichteren befindet[1]).

Qazwînî (1203—1283) berichtet: Einige behaupten, daß die Erde aus zwei Körpern zusammengesetzt ist, einem schweren und einem leichten; der leichte geht infolge seiner Natur in die Höhe, der schwere sinkt nach unten, daher hindert jeder den andern nach seiner Seite sich zu entfernen[2]).

Ibn Sînâ sagt: Die Leichtigkeit ist eine natürliche Kraft, durch die der Körper von der Mitte infolge der Natur fortbewegt wird. Die Schwere ist eine natürliche Kraft, durch welche der Körper zu der Mitte infolge der Natur hinbewegt wird[3]).

Al Bîrûnî betont, daß dem Wasser mit der Erde die Schwere und das Fallen in die Tiefe gemeinsam ist. Ein gutes Bild der bei den Muslimen herrschenden Ansichten gibt al Châzinî in seinem Werk „Wage der Weisheit". Nach ihm ist die Schwere eine Kraft, durch die der schwere Körper nach dem Weltmittelpunkt bewegt wird. Ein Körper heißt schwer, wenn er sich in der bezeichneten Richtung bewegt. Die Bewegung geschieht in einer Geraden, die durch den Erdmittelpunkt führt. Die Kraft wohnt dem schweren Körper inne, sie ist nicht von außen erworben und trennt sich auch nicht von ihm, so lange er sich an einem vom Mittelpunkt entfernten Ort befindet. Nur ein Hindernis kann die Bewegung hemmen. Den Mittelpunkt kann er jedoch nicht überschreiten; ist er zu ihm gelangt, so hört seine Bewegung auf. Sehr beachtenswert ist, daß nach al Châzinî die Schwere eines Körpers von seiner Lage abhängen soll. Er meint mit dem Ausdruck „Lage" nicht wie Aristoteles, daß der Körper sich in verschiedenen Medien befindet, sondern daß er verschiedene Abstände vom Erdmittelpunkt haben soll. Die Tatsache ist richtig, nur irrt al Châzinî darin, daß er dem entfernteren Körper die größere Schwere zuschreibt. Er sagt[4]): „Das Gewicht eines jeden Körpers von bekanntem Gewicht

[1]) Dasselbe sagt Dimaschqî, E. Wiedemann, Beiträge III, S. 242.
[2]) E. Wiedemann, Beiträge III, S. 240. [3]) Ib. Anm. 2.
[4]) „Wage der Weisheit", S. 36.

in gegebener Entfernung vom Erdmittelpunkt ändert sich im Verhältnis der Änderung seines Abstandes von demselben und zwar so, daß wenn er entfernter ist, er schwerer ist und wenn er näher ist, er auch leichter ist.“ Al Châzinî denkt sich den Körper ruhend und nicht bewegt[1]), wie Poggendorff meint.

Dieselben Angaben finden sich bei Fachr al Dîn Muḥammed Ibn ʿOmar al Râzî[2]), der die Ausführungen des al Châzinî knapp zusammenfaßt.

In dem Werk des Naṣîr al Dîn al Ṭûsî „Über die Entstehung der Farben“, findet sich eine Stelle[3]): „Die Wirkung der Hitze besteht darin, daß die Körper gelockert werden, schmelzen, sich lösen, emporsteigen und die Leichtigkeit gewinnen. Die Kälte ist ihr Gegenteil, sie bewirkt das Dichtwerden, das Erstarren, das sich Verdichten, das Hinabsteigen, das Erwerben von Schwere.“ Quṭb al Dîn al Schîrâzî[4]) (1236 bis 1311) vertritt wie auch andere die Ansicht, daß die Erde Kugelgestalt hat; ihr Mittelpunkt ist der Weltmittelpunkt, der stets in Ruhe verharrt. Die schweren Körper streben nach ihm auf geraden Richtungen, die auf der Tangentialebene der Erde senkrecht stehen. Die Bewegung würde erst am Mittelpunkte enden, wenn die Erde nicht hindernd dazwischen träte. Die Welt an sich hat kein Oben und kein Unten. Das Oben und Unten kommt nur den in der Erde enthaltenen Teilen zu und zwar ist das Unten die Seite nach dem Mittelpunkt zu. Das Leichte bewegt sich nach oben, das Schwere nach unten. Die von der Erde getrennten Teile

---

[1]) C. Poggendorff hat (Pogg. Ann. Bd. 42 S. 179 1854) eine Fallmaschine beschrieben, mittels deren er zeigen konnte, daß Körper beim Heben scheinbar schwerer, beim Sinken dagegen leichter sind als im Zustand der Ruhe. Diesen Satz glaubte er in den oben mitgeteilten Worten von al Châzinî wiederzufinden (Pogg. Ann. Bd. 145, S. 336, 1872). Dieser Annahme trat E. Wiedemann (Wied. Ann. Bd. 159, S. 658, 1876) entgegen, da nach dem arabischen Text nicht von der schwierigeren Beobachtung der Änderung des Gewichtes bei der Bewegung die Rede ist, sondern das Gewicht des ruhenden Körpers in verschiedenen Entfernungen von der Erde gemeint ist.

[2]) E. Wiedemann, Archiv für die Gesch. d. Naturw. Bd. II, 1910, S. 394.

[3]) E. Wiedemann, Jahrbuch für Photographie 1907 u. 1908, S. 3.

[4]) E. Wiedemann, Archiv für die Gesch. d. Naturw. Bd. III, 1912, S. 395 ff.

fallen zu ihr von allen Seiten. Birûnî macht sich in seinem Kitâb al Tafhîm über die Scholastiker lustig, die ein absolutes Oben und Unten annehmen, indem er schildert, wie sie für den Sturz einer Fliege fürchten, die auf einer Kugel kriecht.

Im Okzident ist außer den Philosophen Jordanus Nemorarius[1]), soviel mir bekannt ist, der erste, der über Leichtes und Schweres handelt[2]). Im wesentlichen wiederholt er die Gedanken der Griechen. Die Schwere eines Körpers zeigt sich in der Bewegung in die Tiefe und zwar gegen den Erdmittelpunkt hin. Je schwerer ein Körper ist, desto schneller ist seine Abwärtsbewegung in der Luft oder einem anderen Medium. Die Dichte des Mediums verzögert den Abstieg; in der Tiefe geht er noch langsamer vor sich, denn „die tieferliegenden Teile werden mehr zusammengedrückt". Aus der Schnelligkeit des Sinkens kann man einen Schluß auf größere Dichtigkeit ziehen („plus cohaeret"). — Jordanus spricht auch von einer Abhängigkeit der Schwere „secundum situm" in zweifachem Sinne. Er nennt zwei Gewichte gleich schwer nach der Lage, wenn sie sich umgekehrt verhalten wie die Hebelarme. Die weitere Behauptung „die größere Höhe vermindert das Gewicht" erklärt er an der Wage, deren Hebelarme aus der Gleichgewichtslage entfernt wurden. Ist etwa der linke Arm emporgehoben und teilt man den Quadranten in beliebig viele gleiche Teile, so durchfällt der Körper eine stets wachsende Höhe; der Körper wird also um so schwerer, je vertikaler die Bahn ist, die er durcheilt. Diese Angaben des J. Nemorarius haben also nichts mit der Gravitation zu tun.

Wie sehr die Gelehrten des Abendlandes unter dem Einfluß des Aristoteles standen, zeigt auch das Werk des Albertus

[1]) Vgl. zu ihm M. Cantor, Gesch. d. Math., Leipzig, Bd. II, S. 53, 1900 und P. Duhem, Les origines de la Statique, Paris 1906, Bd I, S. 99; Bd. II, S. 318. P. Duhem bezweifelt, daß Jordanus mit dem 1237 verstorbenen Dominikanergeneral identisch ist. Aus dem Namen Nemorarius schließt er auf italienische Abkunft.

[2]) Ich benützte folgende Ausgaben: Liber Jordani Nemorarii viri clarissimi de ponderibus propositiones XIII von Peter Apian, Nürnberg 1533; Jordani opusculum de ponderositate von Nic. Tartalea, Venedig 1565.

Saxonicus[1]). (Anfang des XIV. Jahrhunderts.) Bei dem uns interessierenden Abschnitt sagt schon die Überschrift, daß der Gebrauch der Wage ausgeschlossen ist: „Wie man ohne Wägung die Schwere der Dinge erfährt.“ Die drei ersten hierher gehörigen Sätze lauten:

1. Daß ein Körper an einem Ort schwerer, an einem anderen leichter ist, sieht man an wenig Blei und vielem Holz in Luft und Wasser; in der Luft ist das Holz schwerer, im Wasser das Blei. (Vgl. Aristoteles.)

2. Daß ein Körper an einem Orte schwerer ist als an einem anderen, ist offenbar; Holz ist schwerer in Luft als in Wasser. Ferner ist es schwerer in Luft als in Öl und schwerer in Öl als in Wasser.

3. Will man von zwei Körpern wissen, ob sie von derselben Schwere sind, so nimmt man gleiche Volumina und legt sie in Wasser. Derjenige, welcher schneller hinabgeht, ist der schwerere[2]).

Eine eingehende Untersuchung darüber, ob die mittelalterlichen Philosophen des Orients und Okzidents die Ansichten ihrer griechischen Vorgänger aufgenommen und ob und in welcher Weise sie diese begründet bezw. fortgebildet haben, liegt außerhalb des Rahmens dieser Arbeit.

II. Teil.

1. Vorbemerkungen zum II. und III. Teil.

Mit der Lehre vom spez. Gewicht und dem Schwimmen haben sich zahlreiche Gelehrte beschäftigt. Es sollen hier zunächst die Quellen, sowie einige wenige Daten aus dem Leben der betreffenden Gelehrten zusammengestellt werden, damit später die systematische Darstellung nicht unterbrochen wird.

An einschlägigen Werken aus der Antike sind uns folgende erhalten:

[1]) Quaestiones in libros de coelo et de mundo. Inkunabeldruck von Surianus, Venedig 1497. Vgl. P. Duhem, Les origines de la Statique, Paris 1906, Bd. II, S. 9 ff.

[2]) Satz 4—6 wird später behandelt.

1. *Περὶ τῶν ὕδατι ἐπισταμένων ἢ περὶ τῶν ὀχουμένων* von Archimedes[1]). Soviel wir wissen hat Archimedes als erster die hier zu erörternden Fragen in Angriff genommen, indem er das Schwimmen der Körper behandelte. Angaben über das spez. Gewicht finden sich nicht in seinen Schriften, auch ist uns kein Bericht darüber erhalten, wie er den Kranz des Hiero untersuchte (s. w. u.). Bei al Châzinî finden wir die Angabe, daß Archimedes eine mit einem Laufgewicht versehene Wage konstruierte, um Edelmetalle auf ihre Echtheit zu prüfen. Die ersten allgemeinen Teile der obigen Schrift „Die Prämissen und Propositionen" sind in das arabische übersetzt worden und haben dadurch einen großen Einfluß auf die Weiterentwickelung ausgeübt. Die lateinische Übersetzung des Wilhelm v. Moerbeke wurde von Nic. Tartalea benützt und bei seinen Studien verwendet[2]). Der in den älteren Ausgaben enthaltene griechische Text stellt eine Rückübersetzung aus dem Lateinischen dar. Der ursprüngliche griech. Text ist auf Grund eines griechischen Palimpsestes von J. L. Heiberg veröffentlicht worden.

2. Die Ausführungen des Pseudo-Archimedes, eines unbekannten Autors, von dem man nicht weiß, ob er der Antike oder dem Mittelalter angehört. Tartalea fügt sie ohne Angabe des Autors und ohne Überschrift an das opusculum Jordani an[3]). Thurot, der sie später bearbeitete, hat das Manuskript der Pariser Bibliothek Nr. 7215 benützt[4]). Der

[1]) J. L. Heiberg, Archimedis opera omnia, Bd. II², Leipzig 1913. Von hierher gehöriger Literatur erwähnen wir noch M. v. Deventer, Hellenische Studien, Amsterdam 1907. O Spieß, Archimedes von Syracus, in Mitteilungen zur Gesch. der Med. u. Naturw., Leipzig 1904. E. Wiedemann, Beiträge zur Gesch. der Naturwissenschaften, Sitzungsberichte der Phys.-Med. Sozietät Erlangen. III, 234. 247; V, 438. 451; VI, 10; VII, 152; XVIII, 71; XXIV, 79. Diese Abhandlungen werden stets als E. Wiedemann, Beiträge zitiert.

[2]) Zu den arabischen Übersetzungen vgl H. Zotenberg, Journ. as. [7] Bd. XIII, S. 509, 1879. Ch. Thurot, Revue arch. [2] Bd. XX, S. 32, 1869. E. Wiedemann, Beiträge VII, S. 152.

[3]) Jordani opusculum de ponderositate, Nicolai Tartalcae studio correctum novisque figuris auctum, Venedig 1555, S. 1—16. Daran schließt sich nach den Worten „et sic finit" obiges Werk S. 17—19.

[4]) Revue arch. [2] Bd. 20, S. 32, 1869.

Autor kennt die Sätze des Archimedes, nennt jedoch diesen Gelehrten nicht.

3. Die Angaben in Mappae clavicula[1]). Der Verfasser ist unbekannt. Wir kennen zwei Manuskripte, eines in Schlettstadt, ein zweites wohl in London[2]). Lange Zeit vermutete man, die Heimat des Werkes sei Italien. H. Diels[3]) erbringt den Nachweis, daß dem Ganzen ein griechisches Original zugrunde liegt. Wahrscheinlich stammen die Grundlagen aus der alexandrinischen Geheimwissenschaft.

4. Zwei Zusätze, die sich in Handschriften des Vitruv finden. V. Rose[4]) benützte die Kodizes von Leiden und Schlettstadt. Während in dem ersten Zusatz das archimedische Prinzip verwendet wird, sind in dem anderen die Gewichte gleicher Volumina von Metall und Wachs verglichen.

5. Bruchstücke aus dem Werk eines Mânâtîus, das dem „König“ Germanicus gewidmet war; sie sind in dem Werk von Menelaus enthalten. Auch al Bîrûnî erwähnt ihn. Weitere Nachrichten liegen bis jetzt über ihn nicht vor.

6. In eingehender Weise hat sich nach den Arabern ein Menelaus[5]) mit den einschlägigen Fragen beschäftigt. Das dem König Domitian gewidmete Werk, das nur noch und wohl nur teilweise arabisch im Eskurial erhalten ist, trägt den Titel[6]) „Über den Kunstgriff, durch den man die Quantität eines jeden einzelnen einer Anzahl gemischter Körper kennen lernt.“ Menelaus untersucht einmal allgemeine Probleme, dann gibt er spezielle Anweisungen über die Untersuchung von Legierungen. Von

[1]) M. Berthelot, La Chimie au moyen-âge, Paris, Bd. I, S. 23 ff. und S. 169 ff., 1893

[2]) Archeologia published by the Society of Antiquaries of London, XXXII, S. 187, 1847. Eine neue Ausgabe wird von Diels vorbereitet.

[3]) Abhandl. der kgl. preuß. Akad. d. Wiss. 1913, Phil.-hist. Klasse Nr. 3, S. 1 ff.

[4]) Vitruvii de architectura, Leipzig 1899, S. IX ff.

[5]) M. Cantor, Gesch. d. Math., Leipzig 1894, Bd. I, S. 385; al Châzinî IV, 1; E. Wiedemann, Beiträge III, 253; V, 392; XV, 105.

[6]) Diese Schrift wird in dem später zu erwähnenden Werk von al Bîrûnî als ein Werk des Mânâlâûs an Tûmâtiânûs bezeichnet, während die Eskurialhandschrift es als ein Werk des Milâwâs an Tar . . . tâs bezeichnet.

dem letzteren Teil erhalten wir nur durch die Angaben bei al Châzinî Nachricht. Der erstere findet sich z. T. auch bei diesem und zwar soll er nach ihm den Titel „Vom Leichten und Schweren“ getragen haben. Herr E. Wiedemann hofft eine Übersetzung des ganzen Werkes veröffentlichen zu können[1]). Die griechischen Quellen geben zwar keine Angabe darüber, daß Menelaus, der Verfasser der Sphärik, eine Schrift mit obigem Titel geschrieben hat. Da aber in ihm angegeben ist, daß er sie dem König Domitian widmete, können wir annehmen, daß Mânâlâus der bekannte Menelaus ist[2]), da er um dieselbe Zeit lebte[3]).

7. Die Werke des Arztes Galen[4]) (131—200); an ihn schließen sich an G. Agricola (1494—1555) Libri V de mensuris ac ponderibus, Basel 1533, R. Senalis, de liquidorum leguminumque mensuris, Paris 1532, M. Neander (1529—1591), Synopsis mensurarum et ponderum, Basel 1554.

8. Das Lehrgedicht de ponderibus et mensuris des Rhemnius Fannius Palaemon[5]), der sich vielfach auf Menelaus stützt. Nach neueren Untersuchungen lebte der Dichter im 5. Jahrhundert[6]).

Daran reihen sich die Gelehrten der muslimischen Welt:

1. Abû Mansûr al Nairîzî. Über sein Leben haben wir keine Nachrichten. Er darf nicht mit dem berühmten Kom-

---

[1]) Ob nicht vielleicht das im Eskurial befindliche Werk nur einen Bruchteil des oben zitierten Werkes enthält und ursprünglich auch die Bestimmung des spez. Gewichtes selbst umfaßte, läßt sich z. Z. nicht entscheiden.

[2]) Herr Prof. Titel in Leipzig hat vermutet, daß Mânâtius = Mânâlaus = Menelaus ist, beide Namen also denselben Gelehrten bezeichnen; daß ferner der König Germanicus identisch ist mit Domitianus, da er sich auf einer Münze des Jahres 85 Imperator Augustus Germanicus nennt. Dieser Ansicht steht entgegen, daß Menelaus selbst von Mânâtius spricht und seine Methode tadelt. Es handelt sich daher um zwei verschiedene Persönlichkeiten.

[3]) Nach Qiftî lebte Menelaus in Memphis vor Ptolemäus, denn dieser erwähnt ihn in seinem Almagest, mit welchem al Bîrûnî vertraut war. Vgl. E. Wiedemann, Beiträge V, S. 443. Qiftî nennt den Menelaus auch Mîlâûs.

[4]) Herausgegeben von G. Kühn, Leipzig 1830.

[5]) F. Hultsch, Metrolog. script. reliquiae, Leipzig 1866, Bd. II, S. 88.

[6]) Vgl. E. Wiedemann, Unterrichtsblätter f. Math. u. Phys., 1906, S. 124.

mentator des Euklid Al Faḍl Ibn Ḥâtim al Nairîzî[1]) verwechselt werden. Wir besitzen von ihm eine Schrift „Über die Bestimmung der Zusammensetzung gemischter Körper“[2]).

2. Muḥammed Ibn Zakarîjâ al Râzî[3]), der berühmte Arzt, ist in Rajj in Chorâsân um 850 geboren, † 932. Im Abendlande ist er unter dem Namen Rhases bekannt. Von ihm besitzen wir eine Abhandlung: Über die physikalische Wage und das Arbeiten mit ihr“[4]).

3. Abû'l Raiḥân Muḥammed Ibn Aḥmed al Bîrûnî[5]) (973 bis 1048), kurz Abu'l Raiḥân oder al Bîrûnî, auch al Chwârizmî genannt, stammt aus Chwârizm; in Ġazna, wo er am Hofe des Sultans Maḥmud lebte, starb er am 3. Dezember 1048. Er hat einen Teil seiner Ergebnisse und Untersuchungen, wenn auch vielleicht nicht alle, die unser Thema betreffen, in dem Werk: „Über das Verhältnis, das zwischen den Metallen und den Edelsteinen im Volumen besteht‘ niedergelegt[6]). Der Text ist in Beirut vorhanden[7]). In der Einleitung nennt

---

[1]) H. Suter, Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke. Abhandl. z. Gesch. d. math. Wissensch., Leipzig 1900, S. 45, Nr 88.

[2]) E. Wiedemann, Beiträge VIII, 166ff.; VI, 11 Anm.

[3]) H. Suter S. 47, Nr. 93. Th. Ibel S. 153. E. Wiedemann, Beiträge II, 349; Archiv f. Gesch. d. Naturw. Bd. III, S. 79, 1912.

[4]) Al Châzinî, Wage der Weisheit I, 4, 4.

[5]) C. Brockelmann, Geschichte der arabischen Literatur, Weimar 1898, Bd. I, S. 475. F. Wüstenfeld, Gesch. der arab. Ärzte und Naturforscher, Göttingen 1840, S. 75. H. Suter S. 98, Nr. 218 und Nachträge S. 225. Th. Ibel S. 141. E. Sachau, Chronologie des al Bîrûnî (Einleitung), Leipzig 1878. E. Wiedemann u. J. Hell, Beiträge XXIX, S. 119ff. und Mitteilungen z. Gesch. d. Med. u. d. Naturw., Bd. XI, S. 313, 1912. E. Wiedemann, Beiträge III, 229. 245. 254; V, 431. 455; VIII, 163; XIV, 1. 58; XX, 66; XXVII, 1; XXVIII, 113. Annalen der Phys. u. Chem., Bd. XX, S. 539, 1883. Der Islam, Bd. II, S. 345, 1911; S. 195, 1912. Byzant. Zeitschrift, Bd. XIX, S. 145, 1910. Archiv f. d. Gesch. d. Naturw., Bd. I, S. 66, 1908; Bd. III, S. 253, 1911.

[6]) Das Werk muß vor 1017 verfaßt sein, da er bei seinen Untersuchungen noch das Wasser von Gurgânîja benützt; nach 1017 lebte er in Ġazna. Er schreibt: „Ich habe alle meine Beobachtungen nur an einem einzigen Ort, nämlich in Gurgânîja in Chwârizm angestellt, das an einem Kanal des Flusses Balch gelegen ist an seiner Einströmungsstelle in einen kleinen See.“

[7]) Im Kloster der orthodoxen Christen.

er seine Vorgänger und zwar sowohl die griechischen wie Achimedes und Menelaus als auch die muslimischen wie Sand Ibn ʿAlî, Juḥannâ Ibn Jûsuf, Aḥmed Ibn al Faḍl al Buchârî und Muḥammed Ibn Zakarîjâ (d. h. al Râzî). Den ersten nennt al Châzinî Aḥmed Ibn al Faḍl al Massâḥ (Feldmesser).

Der erste Teil behandelt die Metalle, der zweite die Edelsteine, den Schluß bildet eine Betrachtung über den Wert der Edelsteine. Es gehört dieses Werk zu den bedeutendsten Untersuchungen[1]) alter und neuer Zeit, da es die einschlägigen Fragen in systematischer Weise in Angriff nimmt, die Fehler diskutiert und die Resultate zusammenfaßt. Er spricht dabei die Ansicht aus, daß man sich bei Untersuchungen nicht auf den Zufall verlassen darf; man muß darauf ausgehen, Gesetze und Normen zu finden.

4. Von Abû Ḥafs ʿOmar Ibn Ibrahîm al Chajjâmî[2]), dem großen Mathematiker, Philosophen und Dichter (1043 1123) kommt für uns in Betracht seine Abhandlung „Über die sinnreiche Betrachtung, um zur Kenntnis der Mengen Goldes oder Silbers zu gelangen, die in einem aus ihnen zusammengesetzten Körper enthalten sind“[3]). Berühmt war seine Abhandlung „Mîzân al Ḥikme“, Wage der Weisheit[4]), über die Prüfung des Wertes von Gegenständen, die mit Edelsteinen besetzt sind, ohne die Steine fortzunehmen, doch wissen wir hierüber nichts. Eine Wage zur Bestimmung der spez. Gewichte, wie sie al Chajjâmî zu benutzen pflegte, beschreibt al Châzinî[5]).

[1]) Vgl. später. Al Bîrûnî befleißigte sich einer gewählten Sprache. Bisweilen schweift er, auch in unserem Werk, absichtlich von seinem Gegenstand ab, um nach seiner eigenen Aussage den Zuhörer bezw. Leser frisch zu erhalten. Zur Abfassung seines Werkes wurde er durch die Schwierigkeiten veranlaßt, die Goldschmiede beim Nachbilden eines Gegenstandes fanden.

[2]) H. Suter Nr. 266, S. 912. F. Wöpcke, L'Algèbre d'Omar al Chajjâmî, Paris 1851. E. Wiedemann, Beiträge XII, 222; XX, 63. 71. E. Wiedemann u. G. Jacob, Der Islam, Bd. III, S. 44, 1912.

[3]) Übersetzt von E. Wiedemann, Beiträge VIII, 170.

[4]) E. Wiedemann, Beiträge XII, 222.

[5]) Wage der Weisheit, S. 21 u. 87.

5. Abû Hâtim al Muẓaffar al Asfizârî oder Isfizârî[1]) war ein Zeitgenosse des al Chajjâmî. Einen großen Teil seines Lebens verwandte er auf die Konstruktion einer empfindlichen Wage zur Untersuchung von Metallen. Die Zerstörung seines Werkes durch den Schatzmeister Sa'âda (Glückseligkeit), der fürchtete, daß durch diese Wage seine Betrügereien an den ihm anvertrauten Schatze zutage kommen könnten, schmerzte ihn so, daß er erkrankte und aus Kummer starb. Über seine Leistungen berichtet al Châzinî.

6. Abû Manṣûr Abu'l Fatḥ 'Abd-al Raḥmân al Châzinî[2]) stammt aus Bagdad. Sein Geburtsjahr liegt zwischen 1100/70[3]). Nach Beendigung seiner Studien wurde er Schatzmeister am Hofe des seldschuckischen Sultans Singar, des Sohnes von Malikschâh. Sein Beruf führte ihn dazu, die in Form von Steuern und Tributen der Schatzkammer zufließenden Metalle und Edelsteine auf ihre Echtheit zu prüfen. Sein Werk „Die Wage der Weisheit" stammt aus dem Jahre 1221. N. Khanikoff veröffentlichte Teile im Journal of the American Oriental Society Bd. VI, 1859. Eine Bearbeitung weiterer Stücke rührt von E. Wiedemann her, der seiner Übersetzung eine eingehende Besprechung beifügte[4]).

Eine Reihe weiterer Angaben, teils über das spez. Volumen, teils über das Schwimmen finden sich in den Werken von Autoren, die sich wahrscheinlich auf al Bîrûnî stützen:

1. Fachr al Dîn Muḥammed Ibn 'Omar al Râzî[5]) († 1209/10). In seiner persisch geschriebenen Enzyklopädie trägt ein Kapitel den Titel: „Die Wissenschaft von den Gewichten, d. h. die Kenntnis von der Schwere und der Leichtigkeit der Körper."

[1]) H. Suter S. 114, Nr. 268 und Nachträge S. 225. Th. Ibel S. 79. E. Wiedemann, Beiträge XV, 105; XX, 71.

[2]) Nach der Biographie von al Baihaqî (E. Wiedemann, Beiträge XX, S. 73) findet sich auch die Schreibweise al Châzin.

[3]) C. Brockelmann Bd. I, S. 494. H. Suter S. 122, Nr. 293 und Nachträge S. 226.

[4]) E. Wiedemann, Beiträge XV, 105; XVI, 133. In XVI, 158 ist eine Übersicht der bisher übersetzten Stücke gegeben; eine Inhaltsangabe des ganzen Werkes findet man bei Th. Ibel S. 80ff.

[5]) E. Wiedemann, Archiv f. Gesch. d. Naturw., Bd. II, S. 394, 1910.

2. Muḥammed Ibn Manṣûr. Von ihm stammt ein persisches Werk, das in drei Handschriften auf uns gekommen ist, betitelt „Werk von den Edelsteinen[1]). Es wurde auf fürstlichen Befehl für den Sultan Gijâṯ al Dîn Bahâdur Schâh um 1350 geschrieben. Das erste Buch behandelt die Edelsteine, das zweite die Metalle. Es ist eine der Quellen für al Ġaffârî und enthält einzelne Angaben über spez. Gewichte.

3. Jaḥjâ Muḥammed al Ġaffârî[2]). Er verfaßte 1511/12 eine türkische Mineralogie mit dem Titel „Werk des Hyazinthes der Schatzkammer über die Edelsteine der Lagerstätten."

4. Abu'l Fazl 'Allamî verfaßte[3]) das Werk Ajîn-i-Akbarî, das zahlreiche Angaben nach al Bîrûnî enthält.

5. Elia Misrachî, ein Oberrabbiner[4]) von Konstantinopel (1495—1526), schrieb das Werk Sefer ha-Mispar. Auch in jüdischen Kreisen interessierte man sich demnach für unsere Fragen. Die Zahlen von al Bîrûnî kehren wieder, nur sind die Brüche vernachlässigt.

6. Durch einen Sklaven des Sohnes von Sinân (wohl des großen Architekten) sind uns dem Plato zugeschriebene Ausführungen erhalten. Sie tragen den Titel: Kommentar von einem byzantinischen Gelehrten zu den platonischen Worten. Das Werk wurde auf Befehl des Sultans Mehmed II. (1451 bis 1481) begonnen, jedoch erst seinem Sohne Bâjezîd (1481 bis 1512) 1500 übergeben[5]).

Einige andere weniger wichtige Autoren werden wir an den betreffenden Stellen erwähnen.

---

[1]) E. Wiedemann, Beiträge XXX, 205 ff. u. XXXI.

[2]) E. Wiedemann, Beiträge XXIV, 74; Der Islam, Bd. II, S. 357, 1911. Die Angaben des Ġaffârî stützen sich auf ältere Werke, nämlich das ilchanische Buch der Kostbarkeiten und das neue Edelsteinbuch. Siehe auch E. Wiedemann, Wied. Ann. Bd. XX, S. 539, 1883 und Beiträge XXX, 4.

[3]) Aus dem Persischen in das Englische übersetzt von H. Blochmann (1. Teil) und H. S Jarrett (2. u. 3. Teil). Kalkutta 1873.

[4]) G. Wertheim, Die Arithmetik des El. Misrâchî, Braunschweig 1896. E. Wiedemann, Monatshefte z. Gesch. des Judentums, Bd 54, S. 224, 1910.

[5]) E. Wiedemann, Beiträge VIII, S. 173.

Von den Gelehrten des Abendlandes heben wir folgende heraus.

1. Nicolaus v. Cusa[1]) (1401—1464) zeigt für physikalische Fragen ein großes Verständnis. Trotzdem er als Prediger, Schriftsteller, Verwaltungsbeamter und Kirchenpolitiker vielbeschäftigt war, fand er noch für mannigfache andere Aufgaben Zeit. In Betracht kommt sein Werk Idiota, Buch IV, de staticis experimentis (1450). Freilich fehlen Zahlenangaben und manche seiner Vorschläge sind nicht praktisch durchführbar.

2. G. Cardanus[2]) (1501—1576), der bekannte Arzt und Mathematiker in Mailand, schrieb ein Werk de subtilitate, 21 Bücher[3]).

3. Nic. Tartalea (1500—1557). In einem Anhang zu Jordani opusculum mit der Überschrift Esperienze fatte da Nicolo Tartalea 1451 legte er eine Menge von Beobachtungen nieder, die er innerhalb 10 Jahren gemacht hatte.

4. Galileo Galilei (1564—1642), der große Physiker, schrieb in jüngeren Jahren (um 1586) vor seiner Professur in Pisa ein Werk La Bilancetta[4]), in welchem er sich mit dem Problem des Hiero beschäftigt und eine eigene Lösung angibt. 1612 erschien[5]) die Schrift „Über Körper, welche auf dem Wasser schwimmen."

5. und 6. Benedetto Castelli (1577—1644) und Vincenzo Viviani (1622—1703). Beide sind Schüler von Galilei. Sie haben ihre Anschauungen in zwei kleinen Schriften, die in der Florentiner Ausgabe der Werke Galileis der „La Bilancetta angeschlossen wurden, niedergelegt.

7. Olaf Römer[6]) (1644—1710).

[1]) F. A. Scharpf, Der Kardinal und Bischof Nic. v. Cusa, Mainz 1843. E. Wiedemann, Archiv f. Gesch. d. Naturw., Bd. I, S. 1, 1909.

[2]) M. Cantor l. c. II, 844. Th. Rixner u. Th. Siber, Leben und Lehrmeinungen berühmter Physiker, Sulzbach 1829.

[3]) Basel 1553. Zum Teil übersetzt von H. Pantaleon unter dem Titel: Offenbarungen der Natur. Basel 1559.

[4]) Das Werk erschien erst 1655; es findet sich in Opere complete di G. Galilei, Bd. XIV, S. 197—214, Florenz 1855; Edizione Nat., Florenz 1890, Bd. I, S. 225—228.

[5]) Ed. Nat. Bd. IV, 1—56 (Fragmente); 57—140.

[6]) Sein Werk Adversaria wurde von Th. Eibe u. K. Meyer veröffentlicht, Kopenhagen 1910.

2. Bestimmung des spezifischen Gewichts.

Aus den früher angeführten Stellen ergibt sich, daß man sich schon früh dessen bewußt war, daß zwischen zwei Körpern verschiedener Art darin ein Unterschied bestehen kann, daß bei gleichem Volumen ihr Gewicht und bei gleichem Gewicht ihr Volumen verschieden ist. Ein wirklicher Fortschritt trat erst ein, als man für das Leichte und Schwere ein Maß in dem Gewichte gleicher Volumina aufstellte, d. h. eine Größe, die unserem spez. Gewicht proportional ist, beziehungsweise in dem Volumen gleicher Gewichte, das unserem spez. Volumen entspricht.

Wir werden im folgenden, wo es ohne ein Mißverständnis hervorzurufen gestattet ist, der Kürze wegen die Ausdrücke spez. Gewicht und spez. Volumen anwenden, da diese Größen sich von den durch die früheren Gelehrten mitgeteilten nur durch einen konstanten Faktor unterscheiden. Bei den Untersuchungen des Altertums und Mittelalters handelt es sich um ungemischte Substanzen, also um Metalle, Edelsteine, Holzarten, oder um Legierungen aus zwei Metallen, meist Gold und Silber, in einzelnen Fällen auch Blei und Silber. Um Wiederholungen zu vermeiden, sollen folgende Bezeichnungen einheitlich angewandt werden. Da vielfach Wägungen in Luft und in Wasser angestellt werden, so nennen wir das Gewicht einer Substanz in der Luft ihr Luftgewicht, dasjenige im Wasser ihr Wassergewicht. Buchstaben ohne Index beziehen sich auf die eine einheitliche Substanz, Indizes beziehen sich auf die Komponenten der Legierung und zwar der Index 1 auf das Metall I in der Legierung (meist Gold), der Index 2 auf das Metall II (meist Silber).

Die Tabelle gibt eine Zusammenstellung der Bezeichnungen.

Tabelle.

V, V_1, V_2	Volumina der Körper I, II, III.
s, s_1 s_2	spez. Gewichte.
μ, φ, ϱ	spez. Volumina.
P, P_1, P_2	Luftgewichte.
W, W_1, W_2	Wassergewichte.

x,	ξ	Gehalt der Legierung an Metall I; resp. dessen Wassergewicht[1]).
y,	η	Gehalt der Legierung an Metall II, resp. dessen Wassergewicht.

Wir wenden uns nun zu dem spezifischen Gewicht selbst. Zunächst geben wir eine Übersicht über die Betrachtungen, die zu dessen Definition führten und behandeln dann die Methoden zu dessen Bestimmung. Diese teilen wir in zwei Gruppen; bei der einen werden direkt die Volumina gleicher Gewichte bezw. die Gewichte gleicher Volumina verglichen, wobei wiederum die Bestimmung von festen Körpern und Flüssigkeiten unterschieden wird, bei der zweiten wird das Aräometer benützt. Bei der ersten Gruppe sind vor allem auch die Methoden zu erwähnen, die zur Ermittelung der Zusammensetzung von Legierungen dienten.

Die allgemeinen Betrachtungen, auf die sich die Bestimmung der spez. Gewichte bezw. der spez. Volumina gründet und die sich aus ihnen ergebenden Definitionen sind schon im Altertum angestellt worden. Wir behandeln sie hier, soweit es sich nicht um das Schwimmen von Körpern handelt.

In dem mit Euklids Namen belegten Werke „Über die Schwere und Leichtigkeit der Körper und ihr gegenseitiges Verhältnis“ heißt es 1. Die an Größe gleichen Körper sind diejenigen, welche gleich große Räume füllen. 2. Die verschieden große Räume füllen, nennt man verschieden in der Größe. 3. Die an Körper größeren sind die an Raum ausgedehnteren. Ferner: Der an Raum größere ist auch an Kraft größer. Unter sonst gleichen Umständen verhalten sich die Kräfte wie die Größen der Körper. Körper, die einem Körper entsprechen, sind entsprechende. Von Körpern, welche bei verschiedener Größe gleich an Kraft sind, ist der dichtere der an Volumen kleinere.

[1]) $x + y = P$. Seltene Bezeichnungen werden an der betr. Stelle erwähnt.

In der Einleitung zu dem Werk von Archimedes sind die folgenden grundlegenden Sätze enthalten: „Einige Körper und Flüssigkeiten sind schwerer als andere. Man sagt von einem Körper, daß er schwerer als ein Körper, oder von einer Flüssigkeit, daß sie schwerer als eine Flüssigkeit oder von einem Körper, daß er schwerer als eine Flüssigkeit ist, falls, wenn man von ihnen Mengen von gleicher Größe dem Volumen nach nimmt, bei der Wägung der eine von ihnen schwerer als der andere ist. Ist aber ihr Gewicht gleich, so sagt man nicht, daß der eine von ihnen schwerer ist als der andere. Der, von dem man sagt, daß er schwerer ist, ist der an Gewicht größere."

Ferner ist auf die Ausführungen des Pseudo-Archimedes hinzuweisen. Als Definition wird der Satz vorangestellt. Man kennt die Schwere eines Körpers, wenn man die Zahl seiner calculi[1]) kennt. Alle Körper sind schwer, doch einige schwerer als andere. Der ist der schwerere, dem von einer größeren Anzahl der calculi das Gleichgewicht gehalten wird. Einen Unterschied der Schwere der Lage nach kennt der Pseudo-Archimedes nicht, doch betont er, daß das Gewicht mit dem Medium sich ändert. Wesentlich ist, daß er die Körper in zweierlei Hinsicht vergleicht 1. secundum speciem, d. h. er vergleicht die Gewichte bei gleichem Volumen und 2. secundum numerositatem, d. h. er vergleicht die Volumina bei gleichem Luftgewicht[2]) Der Verfasser stellt sich die Aufgabe, das Verhältnis zweier Körper nach Gewicht und Volumen zu finden, wenn die Wassergewichte bekannt sind. Nach unserer Bezeichnungsweise ist die Lösung folgende.

Ein Körper wiegt in Luft P_1, im Wasser W_1; somit $P_1 - W_1 = V_1$.

Ein zweiter Körper in Luft P_2, im Wasser W_2; somit $P_2 - W_2 = V_2$.

---

[1]) Calculus ist das Minimalgewicht. Nach Isidorus entspricht sein Gewicht dem zweier Erbsen. Vgl. F. Hultsch, Metr. script. reliq. Leipzig 1866, Bd. II S. 138. Dieselbe Erklärung gibt der Anhang zu Vitruv. S. XX., Vgl. S. 14 dieser Arbeit.

[2]) Diese Begriffe finden wir auch bei Nic. von Cusa.

Ein Hilfskörper[1]) von der Art des ersten Körpers und dem Volumen des zweiten wiegt $P = V_2 \cdot s_1$. Die Verhältnisse $P_1 : P = V_1 s_1 : V_2 s_1 = V_1 : V_2$ und $P : P_2 = V_2 s_1 : V_2 s_2 = s_1 : s_2$ geben die gesuchte Vergleichung nach dem Volumen (secundum speciem) und nach dem Gewicht (secundum numerositatem).

Der in früherer Zeit so mühsam umschriebene Begriff des spez. Gewichtes wird hier in folgende Form gefaßt: „Aeque gravia in specie corpora dicuntur, quorum aequalium pondus esset aequale", also man nennt Körper spezifisch gleich schwer, wenn sie bei gleichem Volumen dasselbe Gewicht haben.

Interessant sind die Ausführungen des Menelaus, der von Archimedes und Manatius beeinflußt ist. Menelaus hat zuerst ausgesprochen, daß bei der Vergleichung der Gewichte gleicher Volumina die Größe des Volumens keine Rolle spielt. Er sagt[2]): Wägt man gleiche Volumina verschiedener Körper A und B, so findet man den Unterschied zwischen ihnen. Nimmt man ein Vielfaches ihres Volumens, so zeigen sie einen Unterschied, der diesem Maß entspricht.

Menelaus schreibt ferner[3]): Das Verhältnis des Volumens A zu dem Volumen von B ist gleich dem Verhältnis des Gewichtes von A in der Flüssigkeit zu dem Gewichte von B in der Flüssigkeit. Dabei setzt er stillschweigend voraus, daß beide Körper aus derselben Substanz bestehen. Den Beweis seiner Behauptung führt er folgendermaßen. Sind P_1 und P_2 die Luftgewichte, W_1 und W_2 die Gewichte in einem Medium mit dem spez. Gewichte σ, so gilt

$$P_1 : P_2 = V_1 s_1 = V_2 s_1 = V_1 : V_2 = V_1 \cdot \sigma : V_2 \cdot \sigma$$

oder anders geschrieben

$$(P_1 - V_1\sigma) : (P_2 - V_2\sigma) = V_1 : V_2.$$

Nun fährt Menelaus fort: „Der Überschuß des Gewichtes von A über das Gewicht der Flüssigkeit von gleichem Volumen

[1]) Archimedes war, soviel ich weiß, der erste, der Hilfskörper einführte.
[2]) E. Wiedemann, Beiträge XV, S. 111, al Châzinî IV, 3.
[3]) Nach der Übersetzung der Eskurialhandschrift.

ist aber das Gewicht von A in der Flüssigkeit; das hat Archimedes bewiesen“ [1]). Folglich

$$W_1 : W_2 = V_1 : V_2.$$

Zweierlei verdient hier hervorgehoben zu werden, erstens, wie scharf Menelaus Gewicht und Volumen unterscheidet und dann, wie enge er sich auch im Ausdruck an Archimedes anschließt. Gleich diesem redet er nicht von Wasser, sondern von Flüssigkeit, wohl um die Gültigkeit seines Satzes für jede Flüssigkeit zu betonen.

Ein weiterer Satz lautet: „Haben zwei Körper aus verschiedener Substanz in der Luft dasselbe Gewicht, so ist das nicht mehr der Fall, wenn sie sich in irgendeiner Flüssigkeit befinden. Der aus der dichteren Substanz bestehende ist der schwerere.“ Das Wesentliche des Beweises hierfür besteht darin, daß Menelaus zeigt, der dünnere Körper B hat einen größeren Ort, d. h. ein größeres Volumen als der dichtere Körper A. Daher verdrängt nach dem früheren B mehr Flüssigkeit als A. Zieht man als von den Luftgewichten die Gewichte der verdrängten Flüssigkeit ab, so entsteht die Ungleichung $W_1 > W_2$.

Ferner betrachtet Menelaus zwei Körper, die in derselben Flüssigkeit gleiches Gewicht haben. $W_1 = W_2$. Dazu bemerkt er: „Sind zwei Gewichte A und B in derselben Flüssigkeit gleich, so ist das Gewicht von A in der Luft geringer, vorausgesetzt, daß A dichter ist.“

Der Beweis wird indirekt geführt, indem gezeigt wird, daß A und B weder gleiche Luftgewichte besitzen, noch A ein größeres als B haben kann. Denn wären die Luftgewichte gleich, so müßte nach dem vorangehenden Satze $W_1 > W_2$ sein; „dieser Zwiespalt ist nicht möglich“. Auch die zweite Annahme läßt sich nicht halten. Zum Nachweis denkt sich Menelaus einen Hilfskörper von der Substanz des A und vom Gewichte des B; er heiße G [2]). Da G dichter ist als B, wiegt er in der Flüssigkeit mehr als B. A ist aber ein Teil von G, folglich

---

[1]) J. L. Heiberg l c. S. 333.

[2]) Daß „G“ als Buchstabe für den dritten Körper gewählt wird, ist durch das griechische Alphabet (α, β, γ . . .) bedingt.

ist um so mehr das Luftgewicht von A kleiner als das von B, da ja die Wassergewichte gleich sein sollen[1]).

Dann erörtert er die Frage, was eintritt, wenn man zwei Körper von verschiedener Substanz, die in einer Flüssigkeit gleich schwer sind, in eine schwerere Flüssigkeit bringt. „Dann ist der Körper, der aus der dichteren Substanz besteht, schwerer.“ Bringt man sie aber in eine leichtere Flüssigkeit, „so ist der Körper, welcher aus der dichteren Substanz besteht, der leichtere.“

Als leichtere Flüssigkeit nimmt Menelaus Trinkwasser, als schwerere Meerwasser. Den Beweis veranschaulicht er, indem er die physikalischen Größen in Form von Strecken[2]) darstellt. Er zeichnet (cf. Figur 1) zwei Strecken dk und jl, sie stellen die Luftgewichte zweier Körper dar. Im Trinkwasser sollen beide gleich schwer sein; sind dg und jz die Verluste, so müssen die Wassergewichte gleich sein gk = lz. Es wurde bereits bewiesen, daß $V_1 : V_2 = gd : jz$. Im Meerwasser sind die Verluste dh und jt, die sich ebenfalls wie die Volumina verhalten, gd : jz = dh : jt. Da schon gezeigt wurde, daß gh < zt, muß hk > lt sein. Genau so verfährt er, wenn die Gewichte im Meerwasser gleich sind. Schließlich fragt er sich, welches der Verhältnisse gk : zl und hk : lt größer ist, wenn man die spezielle Annahme gk = zl fallen läßt. Menelaus behauptet, daß stets gk : zl < hk : lt. Zum Beweis denkt er sich einen Hilfskörper, der dieselbe Substanz wie A besitzt und mit B gleiches Wassergewicht hat. Diesen Körper G vergleicht Menelaus mit A. Nennt man das Gewicht im Meerwasser W_1' bezw. W', gilt

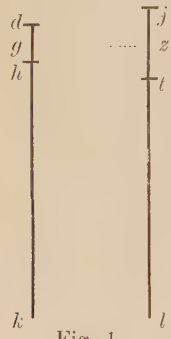


Fig. 1.

[1]) Beweis durch Rechnung: $P_1 = V_1 \cdot s_1$; $P_2 = V_2 \cdot s_2$. Nach der Annahme ist $V_1(s_1 - \sigma) = V_2(s_2 - \sigma)$, wobei $s_1 > s_2$. Durch Division entsteht $P_1 : P_2 = (s_1 s_2 - s_1\sigma) : (s_1 s_2 - s_2\sigma)$. Da der Zähler der rechten Seite kleiner ist als der Nenner, ist auch $P_1 < P_2$.

[2]) Vgl. M. Cantor. l. c. S. 63. 98. 133 u. s. „Die Neigung zur geometrischen Versinnlichung von Zahlengrößen und deren Verknüpfung halten wir für eine griechische Eigentümlichkeit entsprechend dem viel und mit Recht gerühmten plastischen Sinn der Hellenen“, S. 152.

$W_1 : W = W_1' : W'$ oder da $W = W_2$ sein soll, $W_1 : W_2 = W_1' : W'$. Nach der Annahme ist $W' > W_2'$, also $W_1 : W_2 < W_1' : W_2'$.

Nikolaus von Cusa weiß, daß viele Fälschungen vorgenommen werden, daß man dem Gold und Silber unedle Metalle beimischt, namentlich Kupfer, und die Edelsteine nachgeahmt werden. Sein Vorschlag, die Echtheit festzustellen ist, das Wasser- und Luftgewicht zu bestimmen, um zu erfahren „cuius metalli massa esset et cuius mixturae". Auf das Verfahren selbst oder die daran sich knüpfende Berechnung geht er nicht ein.

Nach Abu'l Faḍl Gaʿfar Ibn ʿAlî al Dimaschqî wird das Gold auf seine Echtheit geprüft[1]), indem man das Gewicht (Wazn) benützt und die Schwere (Ṯaqîl) sorgfältig untersucht. Von dem Edelstein Jâqût sagt er: „Charakteristisch ist für ihn sein Gewicht"[2]).

Schems al Dîn al Dimaschqî sagt (Text S. 49, Übers. S. 54): „die Schwere (Razâna) des Goldes, d. h. das Gewicht seines Körpers unterscheidet sich von dem Gewicht des Körpers des Kupfers und Silbers, die beide leicht sind, und ebenso von den Körpergewichten der anderen Mineralien"[3]).

Wie sehr die Vorstellung, daß die Gewichte gleicher Volumina die Natur der Körper charakterisieren, verbreitet war, zeigt folgende Stelle aus dem Abschnitte über die Chemie von al Akfânî[4]): Unter den Gelehrten gibt es solche, die einen dritten Weg zur Erreichung des gesuchten Körpers einschlagen. Sie kennen nämlich das gegenseitige Verhältnis der Metalle dem Volumen und Gewicht nach. Aus ihrer Gesamtheit setzen sie einen Körper zusammen, der dem Gewicht und Volumen des gesuchten gleich ist und sie kommen auf diese Vorstellung durch Wägungen.

---

[1]) E. Wiedemann, Beiträge XXXI, 6.

[2]) E. Wiedemann, Beiträge XXX, S. 229; S. 233.

[3]) Beiträge II, S. 339.

[4]) Beiträge VII, S. 162; IX, S. 181. Dort ist der Name al Sachâwî genannt. Dr. Kern bemerkt, daß man ihn al Akfânî nennen soll.

A. Feste einfache Körper.

a) Vergleichung gleicher Volumina.

Numerische Bestimmungen des spez. Gewichtes.

Die Gelehrten der Antike haben jedenfalls zahlreiche und genaue Messungen angestellt, so Archimedes, da er sonst nicht die ihm vorgelegte Aufgabe, die Zusammensetzung des Kranzes des Hiero zu bestimmen, hätte lösen können; so auch Menelaus. Überliefert sind uns keine Zahlen, doch gehen wohl die im Anhang zu Vitruv und die in der Mappae clavicula enthaltenen Angaben auf antike Quellen zurück. Bei ihnen sind aus praktischen Gründen die Gewichte der verschiedenen Metalle mit dem einer volumengleichen Menge von Wachs verglichen. Wir kommen darauf S. 36 zurück.

Die numerischen Werte, welche die muslimischen Gelehrten, die al Bîrûnî nennt, gewonnen haben, sind nicht erhalten. Von Abu'l Faḍl kennen wir wenigstens die benützte Methode. Die ersten Angaben und zwar für Metalle wie Edelsteine, die wir kennen, sind die von al Bîrûnî. Im folgenden soll eine kurze Skizze seiner Untersuchungen gegeben werden.

Al Bîrûnî experimentierte mit größter Sorgfalt. Alle Wägungen und Messungen nahm er an demselben Ort und zu derselben Jahreszeit vor; dadurch vermied er manchen Fehler. Die zu vergleichenden Metalle suchte er möglichst rein darzustellen. So reinigte er Gold fünfmal im Feuer[1]), bis es schwer schmolz und leicht erstarrte. Quecksilber preßte er so lange durch Tücher, bis es ihm ganz rein erschien. Bevor er das gereinigte Blei verwandte, entfernte er noch die sich bildende Oxydschicht. Er wußte sehr wohl, daß noch etwas Silber beigemengt war, doch konnte er dessen letzte Spuren nicht entfernen. Mit gleicher Sorgfalt behandelte er das Silber, Kupfer, Eisen und Zinn Wegen ihrer Wichtigkeit untersucht er auch zwei Legierungen, die Bronze (Sifr), die aus Kupfer und Zinn zusammengesetzt ist und das Messing (Schibh).

Nach diesen Vorarbeiten stellte sich al Bîrûnî die Aufgabe, die Gewichte gleicher Volumina zu bestimmen. Dabei benützte

[1]) Vgl. Plinius S. 7 dieser Arbeit.

er zunächst die Methoden seiner Vorgänger, macht aber nur nähere Angaben über diejenige des Aḥmed Ibn Faḍl. Dieser gebrauchte die beim Metallgießen übliche Gußform. Die Gußform von al Bîrûnî faßte 40 Miṯqâl[1]) Eisen. Die Wahl dieses Volumens war wohl nur zufällig. Er gab ihr die Gestalt einer Linse. Den leeren Raum des Modells goß er mit den verschiedenen Metallen aus und wog sie dann. Dies wiederholte er mehrmals, um sich von der Genauigkeit der Resultate zu überzeugen. Jedesmal bekam er andere Werte, da die Form nicht völlig standhielt. Er ließ deshalb diese Methode fallen, „da sie nur Vermutung, nicht Sicherheit gab.“ Um eine haltbarere Form zu gewinnen, drehte er in einem Amboß aus Stahl eine Höhlung von der Form einer Halbkugel aus und goß sie mit den schmelzbaren Stoffen aus, hämmerte die Masse und feilte den Überschuß ab. Mit einem Lineal prüfte er, bis die Oberfläche des Metalls mit der Ebene des Ambosses zusammenfiel. Aber auch dann erhielt er bei der Wiederholung Resultate, die nicht völlig übereinstimmten. Nun versuchte al Bîrûnî nach einem ganz anderen Verfahren Resultate zu erhalten. In zwei Stahlplatten A und B wurden runde fingerdicke[2]) Löcher gebohrt. A und B wurden dann so auf zwei Eisenzylindern befestigt, daß die Löcher einander genau gegenüber standen. Die Löcher dienten dazu, um durch sie Drähte von ganz bestimmter Dicke zu ziehen, denen dann stets dieselbe Länge gegeben wurde. Er hoffte so Volumina von stets gleicher Größe zu erhalten. Wiederholte Versuche zeigten ihm jedoch, daß die Gewichte der Drähte desselben Metalls nicht ganz übereinstimmten; darum verließ er auch diese Methode.

Diese Mißerfolge veranlaßten al Bîrûnî, die Versuche nach diesen Methoden aufzugeben und das konische Gefäß, eine Art Pyknometer, zu konstruieren; von ihm wird später gehandelt werden. Al Bîrûnî teilt aber selbst die Ergebnisse seiner ersten Beobachtungen mit, die in den folgenden Tabellen

[1]) Das Miṯqâl wechselt in seiner Größe von Gegend zu Gegend; wir setzen es gleich 4,5 g.

[2]) Der Durchmesser der Löcher ist merkwürdig groß.

zusammengestellt sind. Die Reihenfolge ist stets so, daß das schwerere Metall vorangeht. In der Tabelle stehen unter I die Gewichte der Metalle, die das Volumen haben, welches mit Eisen erfüllt 40 M.[1]) wiegt, sie sind gegeben in Mitqâl (M), Dânaq (D), Ṭassûg (T). Unter II stehen die Gewichte der verschiedenen Metalle, die dasselbe Volumen haben wie 100 M. Gold, unter III die spez. Gewichte unter der Voraussetzung berechnet, daß das spez. Gewicht von Eisen gleich 7,74 ist. Einige Schreibfehler wurden berichtigt. Al Bîrûnî betont, jeder könne seine Angaben in die des eigenen Landes umrechnen. Die Verhältniszahlen bleiben immer dieselben.

Tabelle I.

	I.			II.			III.
	M.	D.	T.	M.	D.	T.	s
Gold	98	2	3	100	0	0[3])	19,05
Quecksilber	70	4	3	71	1	1	13,56
Blei	58	3	0	59	2	2	11,32
Silber	53	1	0	54	0	0	10,29
Kupfer	44	4	2	45	2	3	8,66
Messing	44	1	3	45	0	0	8,57
Eisen[2])	40	0	0	40	3	3	7,74
Zinn	37	4	3	38	2	2	7,32

Auf Grund der in dieser Tabelle enthaltenen Werte berechnet al Bîrûnî noch eine Reihe weiterer und zwar für das Verhältnis der Volumina zweier Metalle zueinander, wenn die Gewichte gleich sind; z. B. Zinn zu Gold $V_2 : V_1 = 7{,}32 : 19{,}05 = 0{,}38$. Die Resultate stehen in Tabelle II[4]).

Tabelle II.

Tabelle für das Verhältnis des Volumens des Schwereren zu dem des Dünneren, wenn sie dem Gewichte nach gleich sind.

[1]) 1 Mitqâl = 6 Dânaq = 24 Ṭassûg = 96 Arpâ. Die Mitqâl waren in den einzelnen Ländern verschieden.

[2]) Das Volumen des Eisens beträgt 23,3 ccm.

[3]) Diesem Gewicht entpricht ein Volumen von ca. 24 ccm.

[4]) Die einzelnen Werte gibt al B. in Form von Stammbrüchen; so ist 2,62 ausgedrückt durch $2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{60}$.

	Zinn							
Eisen	0,95	Eisen						
Schibh [1])	0,85	0,90	Schibh					
Kupfer	0,84	0,89	0,99	Kupfer				
Sifr	0,83	0,88	0,97	0,98	Sifr			
Silber	0,71	0,75	0,83	0,84	0,86	Silber		
Blei	0,65	0,68	0,76	0,77	0,78	0,91	Blei	
Quecksilber	0,53	0,57	0,64	0,63	0,65	0,76	0,83	Quecksilber
Gold	0,38	0,40	0,45	0,45	0,46	0,54	0,59	0,71.

Die nächste Tabelle gibt das Verhältnis der Gewichte zweier Metalle, wenn die Volumina gleich sind, z. B. das Verhältnis von Gold zu Zinn, $P_1 : P_2 = s_1 : s_2 = 19{,}05 : 7{,}32 = 2{,}62$. Die 3. Tabelle bringt also die reziproken Werte der zweiten [2]).

Tabelle III.

Tabelle für das Verhältnis des Volumens des Dünneren zu dem Volumen des Schwereren, wenn sie dem Gewichte nach gleich sind und man die Beziehung zwischen ihnen nach dem Volumen finden will.

	Gold							
Quecksilber	1,40	Quecksilber						
Blei	1,69	1,20	Blei					
Silber	1,85	1,32	1,10	Silber				
Sifr	2,17	1,53	1,28	1,17	Sifr			
Kupfer	2,20	1,57	1,30	1,18	1,02	Kupfer		
Schibh	2,22	1,58	1,32	1,30	1,03	1,02	Schibh	
Eisen	2,46	1,75	1,45	1,33	1,13	1,12	1,12	Eisen
Zinn	2,62	1,85	1,55	1,40	1,20	1,18	1,17	1,05.

Eine weitere Tabelle gibt unter Voraussetzung gleicher Volumina das Verhältnis der Gewichte zweier Metalle, doch so, daß das leichtere Metall voransteht, nämlich $P_2 : P_1 = s_2 : s_1$.

Tabelle IV.

Tabelle für das Verhältnis des Gewichtes des Dünneren zum Gewicht des Schwereren, wenn sie im Volumen gleich sind und man die Beziehung zwischen ihnen dem Gewichte nach finden will.

---

[1]) Schibh ist Messing, Sifr Bronze; eine Angabe, welchen Legierungen sie genau entsprechen, ist nicht möglich, wir behalten deshalb die arabischen Namen bei.

[2]) Es ist gleich, ob man $V_2 : V_1 = s_1 : s_2$ (bei gleichem Gewicht) bildet oder $P_1 : P_2 = s_1 : s_2$ (bei gleichem Volumen).

	Gold							
Quecksilber	0,71	Quecksilber						
Blei	0,57	0,83	Blei					
Silber	0,53	0,75	0,91	Silber				
Sifr	0,47	0,65	0,78	0,86	Sifr			
Kupfer	0,45	0,64	0,77	0,84	0,98	Kupfer		
Schibh	0,44	0,63	0,76	0,83	0,97	0,98	Schibh	
Eisen	0,40	0,57	0,68	0,75	0,88	0,90	0,90	Eisen
Zinn	0,38	0,53	0,65	0,71	0,83	0,85	0,85	0,95.

Schließlich gibt al Bîrûnî noch eine Tabelle, in der sich die Verhältnisse der Gewichte verschiedener Metalle bei gleichem Volumen finden, wobei das schwerere Metall voransteht, also $P_1 : P_2 = s_1 : s_2$.

Tabelle V [1]).

Tabelle für das Verhältnis des Gewichtes des Schwereren zum Gewicht des Dünnen, wenn sie im Volumen gleich sind und man die Beziehung zwischen ihnen dem Gewichte nach finden will.

	Zinn							
Eisen	1,05	Eisen						
Schibh	1,17	1,11	Schibh					
Kupfer	1,18	1,12	1,02	Kupfer				
Sifr	1,23	1,17	1,03	1,02	Sifr			
Silber	1,40	1,33	1,20	1,18	1,17	Silber		
Blei	1,55	1,46	1,32	1,30	1,28	1,10	Blei	
Quecksilber	1,85	1,75	1,58	1,57	1,53	1,32	1,2	Quecksilber
Gold	2,60	2,46	2,22	2,20	2,15	1,85	1,69	1,40.

Bei al Châzinî [2]) finden sich im Anschluß an die Untersuchungen von al Bîrûnî Angaben über die Gewichte der Kubikelle der verschiedenen Metalle. Um diese zu erhalten, wird zunächst das Gewicht der Kubikelle Wassers ermittelt, also eine Beziehung zwischen dem Volumen und dem Gewicht einer flüssigen Substanz. Al Bîrûnî ließ sich dazu ein Gefäß in Gestalt eines Hohlwürfels herstellen und zwar aus Kupfer

[1]) Auf weitere Tabellen kommen wir bei den Betrachtungen der Messungen mit dem konischen Gefäß zurück. Ganz ähnliche Tabellen hat L. Forer gegeben, der 1615—1618 in Ingolstadt wirkte. In zwei Tabellen, deren Quellen nicht angegeben werden, vergleicht er 5 Metalle und außerdem Honig, Wasser, Wein, Wachs und Öl bei gleichem Volumen und gleichem Gewicht. Vgl. J. Schaff, Geschichte der Physik an der Univ. Ingolstadt. Erlanger Diss. 1912, S. 93.

[2]) Wage der Weisheit S. 75.

(Nuḥâs, nicht aus Messing, wie Khanikoff übersetzt), dessen Kantenlänge nahezu eine Elle betrug. Zuerst wog er das Gefäß leer auf einer besonderen Wage, der geflügelten [1]) (ṭajjâr), dann voll reinen Wassers von Ġazna [2]). Er fand das Wassergewicht $392 + (\frac{1}{6} + \frac{1}{8})$ Mitqâl oder 9415 Ṭassûg. Um das Gewicht einer Kubikelle Wassers zu finden, bedurfte al Bîrûnî einer Beziehung zwischen der Kante seines Hohlwürfels und der Kubikelle. Zu diesem Zwecke löste er eine Seite des Hohlwürfels ab, verkleinerte sie um die doppelte Dicke des Bleches, aus dem er hergestellt ist und umwickelte die Fläche mit feinem Silberdraht, von dem 14 Ellen 3 Mitqâl wogen. Die Anzahl der aufgewundenen Drähte war 259, während die Anzahl der Drähte, die auf einer Elle sich anreihen lassen, $1082\frac{3}{6\,0}$ beträgt. Da diese Zahlen die Kantenlängen darstellen, gewinnt al Bîrûnî aus der Proportion $259^3 : 1082\frac{3}{6\,0}{}^3 = 9415 : x$ das Gewicht einer Kubikelle Wassers nämlich $686535 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ Ṭassûg oder 28605 Mitqâl $+ (15 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5})$ Ṭassûg oder 28605, 6472 Mitqâl.

Diese Zahl benützte al Châzinî, um die Gewichte einer Kubikelle der verschiedenen Metalle zu berechnen. Er fand folgende Werte [3]).

Metall	Mitq.	Tass.	Bruch;	Mann [4])	Istâr	Bruch [5])
Gold	544869	11	$\frac{1}{9}$	2993	31	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$
Quecksilber	387873	4	$\frac{1}{4}$	2131	6	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$
Blei	323837	12	$\frac{1}{4}$	1779	14	—
Silber	294650	10	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$	1618	38	$\frac{1}{3}$
Kupfer	247846	18	$\frac{1}{5}$	1361	31	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$
Erz	245191	6	$\frac{1}{5}$	1347	8	$\frac{1}{5}$
Eisen	221463	1	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$	1216	33	$\frac{1}{5}$
Zinn	209309	14	$\frac{2}{3}$	1150	2	$\frac{1}{5}$

[1]) Vgl. S. 13 Über die Art einer solchen haben wir keine Nachricht.

[2]) Vgl. die Bemerkungen der amerik. Herausgeber S. 121.

[3]) Wage der Weisheit S 78.

[4]) Bei dieser Gelegenheit teilt al Châzinî mit, daß 1 Mann = 182 Mitqâl = 260 Dirham ist. Somit ist 1 M. = $1\frac{3}{7}$ D. oder 1 D. = 0,7 M. Setzt man beide Angaben einander gleich, entsteht 28605 M. $+ (15 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5})$ T = 157 Mann $+ (6 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5})$ Istâr = 28574 Mitqâl $+ \frac{1\,3\,9}{2\,0}$ Istâr. Somit ist 1 Istâr = 4,55 Mitqâl; 1 Mann = 40 Istâr, 1 Istâr = 6,5 Dirham. Dem Istar entsprach aber in den verschiedenen Gegenden eine verschiedene Anzahl von Dirham. So sagt Ibn al Faqîh (S. 124): Es erzählt Abû Ishâq, daß er in

Einer Handschrift[1]) des India Office entnehmen wir folgende Ausführungen: Falls zwei Körper im Gewicht gleich sind, so verhält sich der Raum (= Volumen) des schwereren zu dem Volumen des leichteren wie das Gewicht (gleicher Volumina) des leichteren zu dem des schwereren[2]). Nehmen zwei Körper aus Gold und Silber gleiche Räume ein, so verhält sich das Gewicht des Goldes zu dem des Silbers wie die in der Tabelle[3]) eingesetzten Gewichte von Gold und Silber (bei gleichem Volumen). Ebenso verhält es sich bei den anderen in der Tabelle aufgeführten Metallen.

Die Volumina zweier gleich schwerer Körper verhalten sich umgekehrt wie die Gewichte derselben zwei Körper von gleichem Volumen. Die hervorragendsten früheren Gelehrten haben das Verhältnis zwischen den hämmerbaren und den nicht hämmerbaren Körpern[4]) durch verschiedene Arten von Kunstgriffen und der Beschäftigung ermittelt. Wir haben, was zu uns von ihren erprobten Resultaten gelangt ist, in der Tabelle niedergelegt, in der wir noch mitteilen, wieviel eine Kubikelle[5]) von einem jeden dieser Körper enthält und die Gewichte der an Volumen gleichen, an Gewicht aber verschiedenen Körper, so daß der Kenntnisreiche nach ihr, was er gerade will, ermitteln kann. Ein anderer kann die Besorgnis haben, daß

San'â eine Beere sah, die Muchattam heißt; ein Korn wog mehr als 4 Istâr, das Istâr ist 4 Dirham." Eine interessante Angabe über den Istâr findet sich in al Bîrûnîs Kitâb al Tafhîm, bei der Behandlung von al Gebr und al Muqabala; er sagt: „100 Dirham — 14 Dînâr = 13 Istâr aus Eisen + 14 Dirham." Hier ist offenbar 1 Dînâr = 1 Mitqâl = $\frac{1}{7}^{0}$ Dirham und man erhält 92 Dirham = 13 Istâr aus Eisen, 1 Istâr = $7\frac{1}{3}$ Dirham, was mit obigen Werten ziemlich übereinstimmt. Zu den verschiedenen Werten des Istâr, dem griechischen *στατήρ*, vgl. H. Sauvaire Journ. as. (8) Bd. 3, S. 375, 1884.

[5]) Eine Nachrechnung der Tabelle ergab mir Werte, die von den obigen etwas abweichen. Die Zahlen sind schlecht überliefert; schon die am. Herausgeber haben Verbesserungen vorgenommen (S. 122).

[1]) E. Wiedemann, Beiträge XIV, 60. Sie stammt aus dem Jahre 1722 (Nr. 1043 des Kataloges von Loth).

[2]) $P = V_1 s_1 = V_2 \cdot s_2$; $V_1 : V_2 = s_2 : s_1 = Vs_2 : Vs_1$.

[3]) Die Tabelle ist leider nicht erhalten.

[4]) D. h. Metalle und Nichtmetalle.

[5]) Der Autor kannte also das Werk von al Châzinî. Vgl. S. 33.

die erwähnten flüssigen Körper sich nach ihren Eigenschaften unterscheiden, wenn die Orte und die Zeiten wechseln[1]); wir haben aber die Größen angeführt, wie sie den meist vorhandenen Verhältnissen entsprechen. Soweit die vorstehende Handschrift.

Aus dem okzidentalen Mittelalter sind uns nur wenige hierher gehörige Beobachtungen erhalten.

Nikolaus von Cusa kennt die Vergleichung von Körpern mit gleichem Volumen sehr wohl. Um das Volumen eines Körpers zu bestimmen, drückt er ihn in Wachs ein, füllt die Öffnung mit Wasser und wägt dieses. Um Metalle gleichen Volumens vergleichen zu können, nimmt er als Vergleichsvolumen jenes, das einer Unze Wachs zukommt, und denkt es sich mit den verschiedenen Metallen erfüllt. Dann hat dasselbe Quantum[2]) verschiedener Metalle ein verschiedenes Gewicht. Er sagt, man kann eine ganze Tabelle dafür aufstellen. Er selbst hat aber keine solche aufgestellt. Davon, daß andere von ihm angeregt es taten, wissen wir nichts, da Zahlenangaben aus jener Zeit nicht erhalten sind. Über das Verhältnis der Gewichte gleich großer Metalle gibt er nur wenige Notizen Vom Golde sagt er, daß es schwerer ist als alle anderen Metalle, ihm am nächsten steht das Quecksilber. Das Eis ist leichter als das Wasser, dessen Gewicht aber mit der Temperatur wechselt. Auch auf die Edelsteine kommt er zu sprechen. Fälschungen kann man am leichtesten erkennen, wenn man das Verhältnis echter Steine zu irgendeinem Volumen Blei genau festlegt.

Der letzte Gelehrte, den wir in diesem Abschnitt zu erwähnen haben, ist Cardanus. Seine Art, die Gewichte gleicher Volumina zu vergleichen, ist nicht sehr genau. Er nimmt ein bestimmtes Volumen und füllt es mit Holz, „so daß es allenthalben hart anstößt“ und bringt es auf die Wage. Dann füllt er dasselbe Volumen mit Wasser und wägt nocheinmal. „Welches

[1]) Den Einfluß des Wassers und der Temperatur auf die Messungen hat bereits al Bîrûnî berücksichtigt. Vgl. S. 16.

[2]) In aequalitate magnitudinis.

schwerer ist, sollst du für schwerer halten.“ Interessant ist nur, daß er die Substanz mit Wasser vergleicht Ob er auch andere Substanzen auf diese Weise untersuchte, sagt er nicht. Zahlen finden sich nicht vor.

b) Vergleich mit Wachs.

Ein Hilfsmittel zur Bestimmung des Volumens eines Körpers war die Herstellung eines Hilfskörpers aus Wachs von gleichem Volumen, ein Verfahren, das sicher schon früher im Handwerk benutzt wurde (s. w. u.). Bei der Besprechung von Mischungen schreibt Aristoteles [1]): „Nun aber sagen wir ja auch nicht, daß das Holz mit dem Feuer gemischt sei oder während des Verbrennens gemischt werde, sondern das Feuer entsteht und das Holz vergeht. In derselben Weise sagen wir auch weder, daß mit dem Körper die Nahrung gemischt werde, noch daß die Form mit dem Wachs sich mische und hierdurch dessen Masse forme.“

In präziser Form tritt uns dieser Gedanke bei Menelaus entgegen. Aus dem Werk von al Châzinî wissen wir, daß Menelaus über die Schwierigkeit Körper aus Edelmetallen herzustellen, die das gleiche Volumen wie der vorgelegte Gegenstand hatten, klagte. Hatten Körper eine komplizierte Gestalt, so daß ihre Nachbildung in Gold oder Silber schwierig war, so nahm er Wachs, Zinn oder ein anderes leicht schmelzbares Metall [2]) und bildete sich einen Körper von der verlangten Gestalt, dann einen zweiten aus demselben Material, jedoch mit einem Silberkörper volumengleich. Mit diesen Daten findet er das Gewicht eines Silberkörpers vom fraglichen Volumen [3]).

Zahlen, welche das Verhältnis von Gewichten der Metalle und des Wachses bei gleichem Volumen ausdrücken, finden sich in den erhaltenen Stücken des Menelaus nicht.

[1]) Über Entstehen und Vergehen 1, 10,

[2]) E. Wiedemann, Beiträge XV S. 108.

[3]) Das Abbild des Körpers in Wachs wiege $P_1 = V_1 \cdot sw$, der Silberkörper $P_2 = V_2 \cdot s_2$, sein Abbild in Wachs $P_3 = V_2 \cdot sw$. Der Körper würde als Silberkörper wiegen $x = V_1 \cdot s_2$. Bildet man die Quotienten $P_2 : P_3$ und $x : P_1$, hat jeder den Wert $s_2 : sw$, somit $x = P_1 \cdot P_2 : P_3$.

Da der Inhalt von Formen, die mit einem Edelmetall ausgefüllt werden sollten, dadurch bestimmt wurde, daß man sie mit Wachs ausgoß, so sind vielfach Angaben erhalten, die sich auf Gewichte gleicher Volumina von Wachs und Metallen beziehen. Um die früheren Angaben mit den neueren vergleichen zu können, setzen wir das spez. Gewicht des Wachses 0,95; je nach seiner Zusammensetzung ändert es sich bekanntlich.

Fannius bespricht in seinem Lehrgedicht die Verwendung des Wachses mit folgenden Worten[1]): „Wenn du eine der Legierung gleiche Form nicht herstellen kannst, so nimm das weiche Wachs und schnell formt sich dir das Bild der Tonne oder des halbkugeligen und glatten Zylinders; eine gleiche Form bildet man nach aus glänzendem Silber, deren Gewicht man auch kennt. Angenommen, es seien 12 drachm. Silber, Wachs dagegen 3 drachm., so ist einleuchtend, daß zwischen dem Gewicht des Silbers und Wachses, wenn die Form die gleiche ist, das Verhältnis 4 : 1 besteht. Dann bilde nach das Bild der Legierung (aus demselben Wachs), dessen Betrug du zu erkennen strebst. Das richtige Gewicht wird das Vierfache dessen sein, das die Wege angibt, denn es wäre das Vierfache des Wachses, wenn die Masse aus Silber wäre, welche jetzt Wachs ist. Das Übrige ist wohlbekannt, denn wir haben es früher gesagt, auf welche Weise man den Betrug ohne Wasser erkennen kann. Dasselbe kann man bei den übrigen Metallen durchführen“[2]).

Der Schlußsatz läßt annehmen, daß es schon damals Vergleichstabellen zwischen Metallen und Wachs bei gleichem Volumen gegeben hat[3]); doch sind uns aus jener Zeit solche nicht erhalten. Die Angabe, auf die es hier ankommt, daß das Verhältnis von Silber zu Wachs bei gleichem Volumen 12 : 3 sei, ist nicht richtig.

[1]) V. 193—205.

[2]) M. Berthelot l. c. S. 174 ist der Ansicht, daß Fannius nicht physikalisch gebildet war, darum ist seine Darlegung nicht deutlich.

[3]) Die Quelle, aus der er schöpfte, gibt Fannius nicht an. Der Umstand aber, daß nur von Menelaus derartige Ausführungen vorliegen, berechtigt wohl die Folgerung zu ziehen, daß der Dichter Menelaus kannte.

Aus den Kreisen des Handwerks stammen wohl die Angaben, die im Anhang zu Vitruv niedergelegt sind. Sie stammen vermutlich aus derselben Quelle wie die der mappae clavicula, nämlich aus der alexandrinischen Geheimwissenschaft. Die Wissenden mußten schwören [1]), die Geheimnisse ihres Berufes nur dem Sohn anzuvertrauen; daher vergingen viele Jahrhunderte, bis diese Erfahrungen Gemeingut wurden. Wir stellen die Angaben beider Quellen in einer Tabelle zusammen, im Original stehen sie in fortlaufendem Text. Die Zahlen geben das Gewicht der Metalle, die denselben Raum einnehmen wie eine Unze Wachs. Dabei ist

1 libra = 12 unc. = 240 denar.

Metall	Anhang zu Vitruv		Mappae clavicula [2])							
			A				B (Raum eines ℔ Wachs)			
Erz [3])	8 unc.	16 den.	8 unc.	16 den.			8 ℔	9 unc.	12 den.	
Kupfer	9 „	1 „	9 „	3 „			9 „	— „	12 den. [4])	
Zinn	7 „	17 „	7 „	17 „			7 „	10 „	4 „	
Messing [5])	— „	— „	— „	— „			9 „	1 „	16 „	
Silber	10 „	12 „	10 „	12 „			10 „	7 „	4 „	
Blei	1 ℔ 0 „	6 „	12 „	6 „			12 „	3 „	12 „	
Gold	1 ℔ 7 „	8 „	19 „	8 „			19 „	4 „	16 „	

Nach al Châzinî [6]) gibt al Bîrûnî das Gewichtsverhältnis von Wachs zu Wasser bei gleichem Volumen mit $100 : (105 + \frac{1}{6})$

[1]) Th. Phillipps l. c. S. 189.

[2]) Die Anordnung in der mappae clavicula ist Zinn, Erz, Kupfer, Messing, Silber, Blei, Gold, also genau in aufsteigender Linie geordnet.

[3]) Während in der ersten Quelle nur aeris steht, liest man in der zweiten aeris albi.

[4]) Diese Zahl ist nicht richtig, sie muß heißen 9 ℔ 1 unc. 16 den., ein Wert, der für Messing angegeben ist. Die Sache verhält sich offenbar so. In den Angaben von A ist nach aeris cypri angedeutet, daß etwas ausgefallen ist, hier stand 9 unc. 1 den.; während 9 unc. 3 den. zu dem folgenden Messing gehörten. Denn 9 ℔ 12 den. = 2172 den.; der 12. Teil ist 181 oder 9 unc. 1 den. Die Werte beider Quellen stimmen dann vollkommen überein. Die sich ergebenden spez. Gewichte stehen in der folgenden Tabelle.

[5]) Der lat. Name ist auricalcum, man dachte, es hänge mit Gold zusammen, sinngemäß ist zu schreiben orichalcum; hier schimmert wieder das griechische Original durch (ὁ ὀρείχαλκος).

[6]) E. Wiedemann, Beiträge XV, S. 119. Da sich obige Angabe bei al Bîrûnî nicht findet, ist anzunehmen, daß es einem verloren gegangenen Werke entnommen ist.

an; somit ist $s_w = 0{,}951$. Angenähert verhalten sich die Gewichte gleicher Volumina Wachs : Silber : Gold = 1 : 11 : 20[1]).

c) Verdrängungsmethode.

Ein zweiter Weg zur Bestimmung des spez. Volumens und damit des spez. Gewichtes, besteht darin, daß man das Gewicht des von einem Körper P_1 verdrängten Wasservolumens ermittelt, d. h. die Verdrängungsmethode benützt. Setzt man $P_1 - W_1 = P'$, wird

$$s_1 = \frac{P_1}{P'} \text{ und } v_1 = \frac{P'}{P_1}.$$

Der Gedanke, die Größe eines Körpers oder sein Volumen durch die Menge der von ihm verdrängten Flüssigkeit festzulegen, geht auf Aristoteles zurück, wenn er sie auch nicht praktisch verwertet hat. Er schreibt[2]): „So wie wenn man einen Würfel ins Wasser legt, gerade soviel Wasser heraussteigen wird, als der Würfel groß ist, ebenso ist es auch in der Luft, aber der Sinneswahrnehmung ist es da nicht deutlich."

Diesen Gedanken soll Archimedes aufgegriffen haben. Nach der Erzählung des Vitruv hat Archimedes das Volumen des Kranzes des Hiero aus dem von ihm verdrängten Wasser bestimmt, ein Weg, auf den er angeblich durch eine Beobachtung beim Baden gekommen war. Er wog zuerst eine Menge Goldes, dann Silbers ab, vom Gewicht des Kranzes. Dann senkte er den Kranz, das Gold und das Silber in Wasser und maß die verdrängten Wassermengen mit dem Sextarius. Dabei fand er, daß der Kranz mehr verdrängte als das Gold, woraus er schloß, daß Silber beigemengt ist[3]). Aus den erhaltenen Mengen Wassers kann man die in dem Kranz enthaltenen Gold- und Silbermengen berechnen; wie dies von Archimedes geschah, teilt Vitruv[4]) nicht mit. Die

[1]) Genauer ist 1 : 10,83 : 19,93. [2]) Phys. IV, 8.

[3]) Dieser Weg scheint der einfachste und natürliche zu sein, da er den hydrostatischen Satz nicht voraussetzt; daß ihn aber Archimedes verwendet hat, wird wegen der Ungenauigkeit der Resultate von manchen Gelehrten, darunter Galilei, bezweifelt.

[4]) De architectura, 9, 9—12. Die Größe des Sextarius schwankt zwischen 2—3 ℔, vgl. F. Hultsch S. 255. Der in den Überlieferungen gemeinte italienische Sextar faßte 27,288·20 = 545,76 ccm.

Geschichte vom Kranz finden wir noch bei anderen Autoren. So bei Menelaus, aus dem al Bîrûnî und al Châzinî ihre Berichte schöpften. Die Übersetzung dieses Stückes hat E. Wiedemann in der Dissertation von Th. Ibel (S. 183) gegeben. Sie lautet:

„O König! Dem König Hiero von Sizilien brachte man eines Tages einen Kranz[1]) von großem Umfang, er wurde ihm aus einer Gegend gebracht, er war solide in der Kunst und von wohlgefügter Arbeit. Hiero kam nun auf den Gedanken, daß der Kranz nicht aus reinem Golde bestehe, sondern daß ihm Silber beigemischt sei. Er untersuchte die Sache mit dem Kranz genau und erkannte dabei mit Sicherheit, daß er aus Gold und Silber bestand, darauf wünschte er die Menge eines jeden dieser beiden Metalle kennen zu lernen. Den Kranz wollte er nicht gerne zerbrechen, da er ein Meisterwerk der Kunst war; er erkundigte sich danach bei den Geometern und den Mechanikern. Unter ihnen fand er keinen, der dazu die Geschicklichkeit besessen hätte, außer Archimedes, dem Geometer, der zu der Gesellschaft des Hiero gehörte. Archimedes lehrte bestimmen, wieviel Gold und Silber in dem Kranze war, ohne den Kranz zu zerbrechen oder zu verderben. Bei der genauen Prüfung der Ursache hierfür stieg er stufenweise zu der Kenntnis der Unbekannten auf. Aber dieser Kunstgriff des Archimedes hat keine Kunde von seinem Wesen zu uns gelangen lassen, wenn wir auch von den äußeren Umständen (d. h. Zeit und Ort) gehört haben; für uns liegt die Sache so, daß sie nicht zu den für Archimedes unmöglichen oder schwierigen Dingen gehörte.“

Eine weitere Überlieferung gibt Fannius im Gedicht de ponderibus et mensuris (V. 124ff.). Demnach hat Archimedes nicht das verdrängte Wasser gemessen, sondern den Gewichtsverlust im Wasser bestimmt. Auf diese Stelle ist genauer bei den Legierungen einzugehen. Gemeinsam ist der dreifachen Überlieferung, daß nach der Ansicht der Alten nur Archimedes imstande war, ohne Verletzung des Kunstwerkes den Betrug aufzudecken; bezüglich der Methode weichen die Berichte voneinander ab.

[1]) Für Krone wurde stets Kranz gesetzt.

Der erste Gelehrte, welcher die Idee wieder aufnahm und praktisch durchführte, ist al Bîrûnî. Es wurde bereits geschildert, wie er zur Konstruktion des konischen Gefäßes geführt wurde; dieses stellt das erste Pyknometer dar[1]).

Wie der Erfinder selbst berichtet, gelang es ihm erst nach vielen Versuchen, dem Gefäße seine endgültige Gestalt zu geben. (Cf. Figur 2.) Er gab ihm eine konische Gestalt; durch die große Grundfläche (a) hatte es eine entsprechende Standfestigkeit und vermochte viel Material aufzunehmen. Oben ist ein enger Hals (c) von konstanter Weite angebracht. Die Verengung des Gefäßes bewirkt, daß schon beim Einwerfen kleiner Steine eine meßbare Menge Wasser austritt. Die kleinsten Gegenstände hatten die Größe einer Hirse. In der Mitte des Halses ist ein Rohr (d), das die Form eines Viertelkreises hat, angelötet, dessen Ende (e) sich über einer Schale (f) zum Auffangen des austretenden Wassers befindet. Löcher, die von oben in das Rohr gebohrt sind, sollen verhindern, daß Wasser im Rohr zurückgehalten wird. Al Bîrûnî bemerkt jedoch, daß dieser Zweck nicht ganz erreicht wurde. Bei (b) ist ein Henkel angebracht. Über Größe und Material ist nichts angegeben. Aus der Menge der jeweilig verwendeten Substanz läßt sich aber schließen, daß der Inhalt des Gefäßes zwischen 125 und 250 ccm liegt[2]). Al Bîrûnî hat in vielen Fällen jeden-

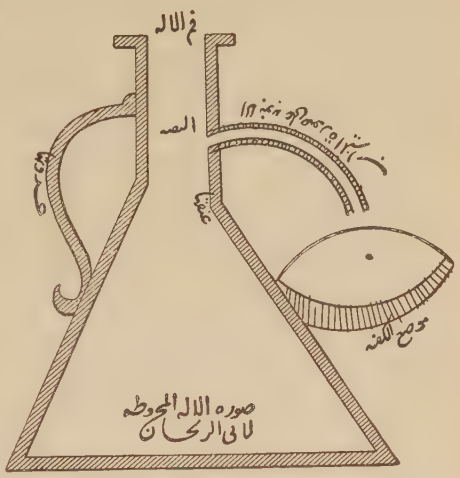


Fig. 2.

[1]) Abbildungen finden sich in der Beiruter und Petersburger Handschrift. Erstere wurde hier reproduziert.

[2]) E. Wiedemann, Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch., X. Jahrgang, S. 339, 1908.

falls gleich 100 M. abgewogen und das verdrängte Wasser gewogen. Aus diesen Zahlen berechnen sich dann die Gewichte der Metalle, deren Volumen dem Volumen von 100 M. Gold gleich sind.

Sind G_1 und G_2 die Gewichte des von 100 M. Gold und eines anderen Metalles verdrängten Wassers, so ist das Gewicht des zweiten Metalles, das dasselbe Volumen hat wie 100 M. Gold $P_2 = 100 \cdot \frac{G_1}{G_2}$. Während wir spez. Gewicht und Volumen auf die Gewichtseinheit beziehen, bezieht sie al Bîrûnî und seine Nachfolger auf 100 Mitqâl. Die Resultate, welche al Bîrûnî mittels des konischen Gefäßes fand, sind in nachstehenden Tabellen enthalten. I gibt die Gewichte der von 100 M. Metall verdrängten Wassermenge; II die Gewichte der Metalle, die dasselbe Volumen haben wie 100 M. Gold. Weiter sucht er das Verhältnis (x) des Gewichtes eines Körpers zu seinem Volumen auf die einfachste Form zu bringen, er sucht den gemeinsamen Faktor beider. II[a] gibt die Resultate. Die erste Kolumne gibt den Zähler (z), die zweite den Nenner (n), die dritte den gemeinsamen Faktor (x). Eine dritte Tabelle bringt noch einmal die Gewichte der Metalle, die ebensoviel Wasser verdrängen wie 100 M. Gold. Dabei ist durch Ausproben bestimmt worden, wieviel Metall man in das konische Gefäß legen muß, um das zu erzielen.

	I.				II.				II[a].			III.		
	M.[1])	D.	T.	T.	M.[2])	D.	T.	T.	z[3])	n	x	M.[4])	D.	T.
Gold	5	1	2	126	100	0	0	2400	400	21	6	100	0	0
Quecksilber	7	2	1	177	71	1	1	1709	800	59	3	71	0	0
Blei	8	5	0	212	59	2	2	1426	600	53	4	60	0	3
Silber	9	4	1	233	54	0	2	1298	2400	233	1	54	3	0
Messing	11	2	0	272	46	2	0	1112	150	17	16	46	3	3
Kupfer	11	3	1	277	45	3	0	1092	2400	277	1	45	0	2
Erz	11	4	0	280	45	0	0	1080	60	7	40	44	5	1
Eisen	12	5	2	310	40	3	3	975	240	31	10	41	2	1
Zinn	13	4	0	328	38	2	2	922	300	41	8	38	2	1

Die Zahlen in II und III stimmen gut überein.

[1]) Identisch mit der Tabelle in Wage der Weisheit. S. 56.

[2]) Dieselben Werte in Wage der Weisheit. S. 58.

[3]) 2400 T. Gold verdrängen 126 T. Wasser, deshalb ist $s = 2400 : 126 = 6 \cdot 400 : (6 \cdot 21)$.

[4]) Diese Werte weichen nur wenig von denen in II ab.

Ebenso untersucht al Bîrûnî, wie wir seiner früher zitierten Schrift entnehmen, die Edelsteine. Nachdem er die Edelsteine, das Glas, die Perle, die Koralle u. s. f. besprochen hat, gibt er folgende Tabelle[1]). Die I. Abteilung gibt wie oben die von den 100 M. Substanz verdrängte Wassermenge an. Die II. bringt die Gewichte der Substanzen, die ebensoviel Wasser verdrängen wie 100 M. des blauen Jâqût, die III. gibt wieder den gemeinsamen Faktor von Gewicht und Volumen. Daran füge ich unter IV. die sich daraus ergebenden spezifischen Gewichte s_a sowie die Vergleichung der neueren Bestimmungen s_n.

	I.				II.				III.			IV.	
	M.	D.	T.	T.	M.	D.	T.	T.	z	n	x	s_a	s_n
Blauer Jâqût	25	1	2	606	100	0	0	2400	400	101	6	3,96	3,9—4,08[2])
Roter „ Rubin aus Badachschân	26	0	0	624	97	0	3	2331	50	13	48	3,85	3,99
Smaragd	27	5	2	670	90	2	3	2171	240	67	10	3,58	—
Lapis Lazuli	36	2	0	872	69	3	0	1668	300	109	8	2,75	2,75
Perle	37	1	0	892	67	5	2	1630	600	223	4	2,69	2,48
Karneol	38	3	0	924	65	3	2	1574	200	77	12	2,60	2,75
Koralle	39	0	0	936	64	4	2	1554	100	39	24	2,57	2,62
Onyx und Bergkristall	39	0	3	939	64	3	1	1549	800	313	3	2,56	2,69
Pharaonisch. Glas[3])	40	0	0	960	63	0	3	1515	5	2	480	2,50	2,76
	40	1	0	964	62	5	1	1509	600	241	4	2,49	2,95

Al Châzinî berechnet noch das Verhältnis der Luftgewichte eines Edelsteins zu den Wassergewichten und führt etwa das Folgende aus: „Verwenden wir das Wasser und die richtige Wage, so können wir damit die Unterschiede zwischen dem Wassergewicht und dem Luftgewicht der Edelsteine finden. Man bringt ein für allemal die zum Wägen der Edelsteine dienende Wagschale in das Wasser (und stellt die Wage richtig ein). Dann wägt man die Edelsteine in Luft und Wasser; das ist ein wesentliches Hilfsmittel zur Unter-

---

[1]) Dieselben Werte gibt al Châzinî in seinem Werk. S. 66 f. Die pers. Enzyklopädie des al Râzî bringt die Kolumne I, jedoch durch viele Schreibfehler entstellt. Zu den Edelsteinen vgl. u. a. E. Wiedemann. Beiträge XXX.

[2]) Die Angabe 4,83 in der Tabelle der amerik. Herausgeber von Klaproths Arbeit ist offenbar ein Druckfehler.

[3]) Vgl. E. Wiedemann, Beiträge XXIV, 95. XXX, 205 ff.

scheidung von echten und gefärbten Edelsteinen.“ Al Bîrûnî behandelt die Wassergewichte nicht näher. Zieht man aber die von ihm gegebenen Gewichte für den Wasserwert von den 100 M. des Luftgewichtes ab, so erhält man das Wassergewicht. Die so gefundenen Zahlen enthält die folgende Tabelle[1]).

	M.	D.	T.	T.
Blauer Jâqût	74	4	2	1794
Roter „	74	0	0	1776
Rubin	72	0	2	1730
Smaragd	63	4	0	1528
Lapis Lazuli	62	5	0	1508
Perle	61	3	0	1476
Karneol	61	0	0	1464
Koralle	60	5	1	1461
Onyx	60	0	0	1440
Glas	57	5	0	1436

Die Angaben von al Bîrûnî finden wir mit kleinen Abweichungen wieder in den bereits angeführten Werken von al Râzî, Ibn Manṣûr, al Ġaffârî, Abu'l Faḍl und Elia Misrachî. In den Ajîn-i-Akbarî werden die Zahlen, welche die Gewichte gleicher Volumina darstellen, in Form eines Merkverses gegeben:

Lakan, alam, daham, nad, mah, yakí, hal.

Addiert man die arabischen Zahlenwerte der Konsonanten, z. B. lakan, $l + k + n = 30 + 20 + 50 = 100$, oder alam, $a + l + m = 1 + 30 + 40 = 71$, erhält man abgerundet die Zahlen der Tabelle. Wir stellen alle Angaben über die Metalle in einer Tabelle[2]) zusammen.

---

[1]) Wage der Weisheit. S. 69.

[2]) Der eingeklammerte Wert fehlt in der Tabelle. s_a sind die spez. Gewichte, wie sie sich aus den musl. Angaben berechnen, wenn man das spez. Gewicht für Gold 19,3, für Smaragd 2,75 annimmt; s_n sind die neueren Werte. Zur Erklärung der Zahlen in obigen Tabellen cf. Seite 35; die Kolumnen mit steigenden Zahlen enthalten die von 100 M. der Metalle verdrängten Wassermengen, die mit fallenden Zahlen, die Metallmengen, die ebensoviel Wasser verdrängen wie 100 M. Gold.

	al Râzî			Ibn Manṣûr [1])				al Ġaffârî			
	M.	D.	T.	M.	D.	T.	T.	M.	D.	T.	T.
Gold	5	1	2	100	—	—	(2400)	100	—	—	2400
Quecksilber	7	2	1	71	1	1	1709	71	2	—	1712
Blei	8	5	0	59	2	2	1426	59	1	3	1423
Silber	9	4	1	(54	3	—	1308)	—	—	—	—
Kupfer	11	3	0	46	2	—	1112	46	2	—	1112
Messing	11	4	0	45	—	—	1080	45	—	—	1080
Eisen	12	5	2	40	3	3	975	40	3	3	975
Zinn	13	4	0	37	—	—	888	37	3	—	900

	Abu'l Faḍl						Misrachî		
	M.	D.	T.	M.	D.	T.		s_a	s_n
Gold	5	1	2	100	—	—	100	19,3	19,3
Quecksilber	7	2	1	71	1	1	—	13,8	13,6
Blei	8	5	9	59	2	2	59	11,4	11,4
Silber	9	4	1	54	3	3	54	10,5	10,5
Kupfer	11	3	3	45	3	3	45	8,94	8,9
Messing	11	4	3	45	3	?	45	8,7	8,4
Eisen	12	5	2	40	—	—	40	7,84	7,8
Zinn	13	4	3	38	2	2	37	7,24	7,3

Ibn Manṣûr und al Ġaffârî geben noch die Gewichte der Edelsteine, die gleiche Wassermengen verdrängen „gemäß der Methode des al Bîrûnî" an. Die Summe wird von Ibn Manṣûr in Miṯqâl, Dânaq, Ṭassûg und Gav, von al Ġaffârî in in Arpâ ausgedrückt. Gav ist das persische, Arpâ das türkische Wort für Gerstenkorn.

	Ibn Manṣûr					al Ġaffârî						
	M.	D.	T.	G.	G.	M.	D.	T.	A.	A.	s_a	s_n
Blauer Jâqût	1	—	—	—	96	1	—	—	—	96	3,93	4,08
Roter Jâqût	—	5	3	—	92	—	5	3	—	92	3,78	3.99
Rubin (La'l)	—	5	1	2	86	—	5	1	2	86	3,53	
Smaragd	—	—	—	—	—	—	4	—	3	67	2,75	2,7
Perle	—	—	—	—	—	—	4	—	3	67	2,75	2,7
Karneol	—	—	—	—	—	—	4	—	—1	63	2,59	2,62
Koralle	—	4	—	—1	63	—	4	—	—1	63	2,59	2,69
Onyx	—	4	—	—2	62	—	4	—	—2	62	2,55	2,63
Bergkristall	—	4	—	—2	62	—	4	—	—2	62	2,55	2,6

Nachdem in dem türkischen Werk von al Ġaffârî mitgeteilt ist, wie der Meister al Bîrûnî das Verhältnis der Edelsteine bestimmt hat, schließt sich folgende interessante Be-

[1]) E. Wiedemann, Beiträge XXXI, S. 3.

merkung an: „Und der Übersetzer des Buches [wohl aus dem Persischen] Jahjâ al Bazzî sagt, daß die durch dieses Verfahren gefundene Lösung des Problems des Verhältnisses darauf beruht, daß es keinen leeren Raum gibt. [Im Gegensatz zu den sunnitischen Gelehrten.] Diese Messung würde bei den Leuten der Sunna [d. h. den Orthodoxen] keinen Glauben finden, wie es ja klar ist. Es ist daher besser, diese Verhältnisse auf einem anderen Wege zu erforschen, der den Prinzipien des „geraden Weges“ [d. h. des göttlichen Gesetzes] nicht widersprechen würde.“ [Z. B. die Auswägung gleicher Volumina[1]).]

Aus dem okzidentalen Mittelalter sind nur wenige Versuche in dieser Richtung bekannt. Nicolaus von Cusa bestimmt das Volumen „eines Menschen oder eines Dinges“, indem er den Gegenstand in ein Faß eintaucht, das in einem zweiten steht. Das verdrängte Wasser wird gemessen. Zahlen gibt er nicht.

Cardanus benützt einen Meßzylinder, den er jedoch nicht näher beschreibt, der ihm das verdrängte Volumen anzeigt. Er schreibt[2]): „Mache die Dinge an Schwere gleich und tue über jedes gleichviel Wasser, und welches Wasser höher hinaufgeht, dieses Ding wird leichter sein.“ Metalle[3]) kennt er sieben „nach der Zahl der Planeten“, Edelsteine[3]) sind es vierzehn, da zu jedem Planeten zwei gehören. Bezüglich der Schwere hat er sie nicht genauer untersucht. Zahlenangaben finden wir nur zwei ohne weitere Begründung, von denen auch nur eine sich auf unseren Gegenstand bezieht. „Das Blei, wenn es zu Bleiweiß (in cerussam) verwandelt wird und gebrannt wird, wird um $\frac{1}{13}$ seines Gewichtes schwerer[4]); ein Wasser ist um $\frac{1}{50}$ leichter als das andere.“ Vom Blei sagt er, es sei schwerer wie Silber, schwimme aber auf ihm in geschmolzenem Zustand[5]).

[1]) E. Wiedemann, Beiträge XXXI, S. 2.
[2]) Offenb. d. Natur, S. 554. [3]) Buch 6 und 7. [4]) S. 357. [5]) S. 422.

d) Das archimedische Prinzip.

Eine weitere Methode, das spez. Gewicht zu bestimmen, beruht auf der Anwendung des archimedischen Prinzips. Wir werden auf dieses selbst bei der Behandlung des Schwimmens genauer eingehen, hier ist nur dessen Anwendung zu behandeln.

Wir teilen zunächst einige wichtige Angaben aus verschiedenen Schriftstellern mit. In dem Gedicht de ponderibus et mensuris heißt es [1]), daß im Wasser das Gold das leichtere Silber um 3 Drachmen pro Pfund übertreffe, vorausgesetzt, daß jedes Metall im Feuer geläutert wurde [2]). Im Anhang zu Vitruv findet sich folgende Angabe [3]): „Reines Gold von irgendwelchem Gewicht ist im Vergleich zu reinem Silber von demselben Gewicht um den 20. Teil seines Gewichtes dichter. Man kann sich davon auf folgende Weise überzeugen. Vergleicht man ganz reines Gold von 1 ℔ Gewicht mit gleichviel reinem Silber unter Wasser, so ist das Gold um 12 Denare d. h. um den 20. Teil seines Gewichtes schwerer als das Silber“ [4]).

Die mappae clavicula gibt einen noch genaueren Wert der Differenzen der Verluste im Wasser an. Statt $\frac{1}{20}$ werden hier $\frac{1}{24} + \frac{1}{240}$ oder 11 Denare pro Pfund angegeben [5]).

---

[1]) Vers 146 f. „libram libra tribus dragmis superat, cum mergitur unda“ 1 ℔ = 75 Drachmen.

[2]) V. 137.

[3]) V. Rose S. XXVIII „XII denariis id est vicesima sui parte aurum gravius argento invenietur“ M. Berthelot l. c. S. 169 vermutet, daß diese Überlieferung direkt in die Antike zurückgeht.

[4]) Die Zahlenangabe ist nicht genau. Nehmen wir 100 g Gold und ebensoviel Silber, $s_1 = 19{,}16$, $s_2 = 10{,}51$, verliert das Gold 5,219, das Silber 9,515 g im Wasser. Der Unterschied ist 4,296 g, während er nach dem Texte 5 g betragen sollte. Bei Annahme von $s_1 = 19{,}05$ und $s_2 = 10{,}3$ ist die Differenz 4,46.

[5]) Da 1 ℔ = 240 Denare, ist $(\frac{1}{24} + \frac{1}{240}) \cdot 240 = 11$ Den. Nach dieser Angabe muß die Differenz der Wassergewichte $\frac{1}{11} \cdot 100 = 4{,}583$ g betragen. H. Schelenz hat in der „Chemiker-Zeitung“ 1903, 88 in einem Artikel „Bestimmung des spez. Gewichtes in der Geschichte“ die Angabe des Fannius als recht ungenau erachtet; legt man aber nicht die neueren Bestimmungen der

Aus griechischen, arabischen und abendländischen Quellen wissen wir, daß von den Gelehrten Wagen konstruiert wurden, durch die in der einen oder andern Form die Gewichte der Körper im Wasser ermittelt wurde. Wenn sie auch vor allem zur Untersuchung von Legierungen Verwendung fanden, so sollen sie doch hier im Zusammenhang betrachtet werden.

In dem Gedicht de ponderibus et mensuris ist eine Wage erwähnt, die von Archimedes herrühren soll und ganz kurz ihrem Wesen nach geschildert wird[1]); eine ausführliche Beschreibung mit einer Abbildung (cf. Figur 3) enthält die

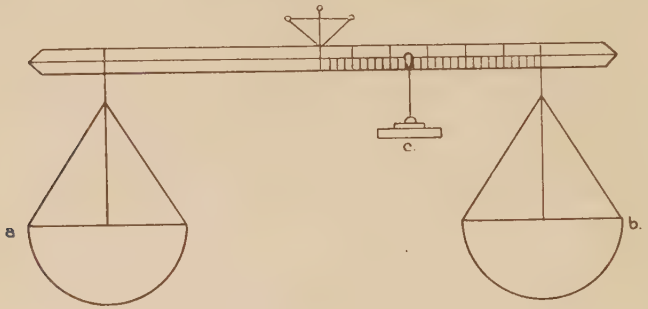


Fig. 3.

Schrift von al Châzinî, der wir hier folgen[2]). Danach bediente sich Archimedes einer gleicharmigen, empfindlichen Wage, die er zur Prüfung von Gold und Silber in folgender Weise eichte. Er nahm von Gold und Silber gleiche Luftgewichte; in die rechte Schale kam das Silber, in die linke das Gold. Darauf senkte er beide Wagschalen in Wasser. Den Auftrieb dieser brauchte er bei dieser Anordnung nicht zu berücksichtigen. Die Schale des Silbers hebt sich, da das leichtere Silber mehr Wasser verdrängt. Ein am Arm der Silberschale verschiebbares Laufgewicht stellt das Gleich-

---

spez Gewichte von Gold und Silber zugrunde, sondern wegen der Unreinheit der Metalle Mittelwerte, etwa $s_1 = 19{,}16$ und $s_2 = 10{,}51$ ist recht nahe

$$\frac{1}{10{,}51} - \frac{1}{19{,}16} = \frac{8{,}65}{201{,}372} = \frac{1}{25}; \quad \frac{1}{25}\,\text{Ø} = 3 \text{ Drachmen.}$$

[3]) V. 136 ff. [4]) Wage der Weisheit IV, 1. Th. Ibel S. 52. 185.

gewicht wieder her. Diese Stellung des Laufgewichtes wird durch eine Marke bezeichnet. Dann legte er in die linke Schale 2 Stücke Gold und 1 Stück Silber von je gleichem Gewicht, dann 3 Stücke Gold und 1 Stück Silber u. s. f. und gewann so eine Reihe von Marken auf dem rechten Wagbalken. Die Abstände dieser Marken hängen offenbar nicht nur von der Größe des Laufgewichtes, sondern auch von der Länge der Wagarme ab. Auf die Verwendung zur Bestimmung

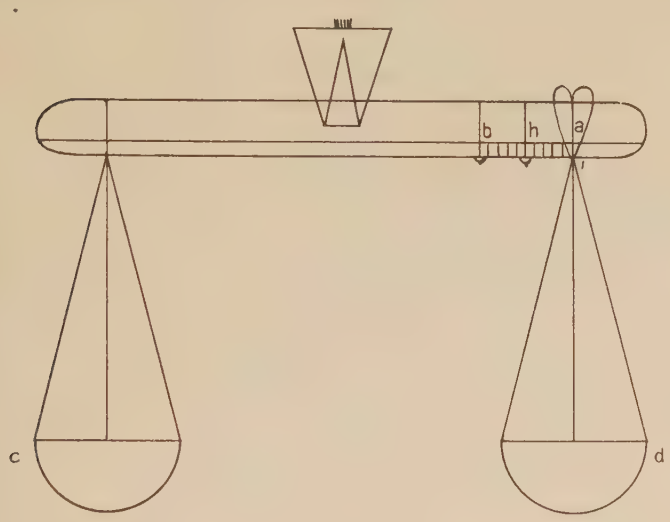


Fig. 4.

der Komponenten kommen wir bei Behandlung der Legierungen zurück [1]).

Ganz ähnlich wie Archimedes verfuhr Mânâtîus [2]), nur machte er die Silberschale beweglich (cf. Figur 4). Er legte in beide Schalen gleiche Gewichte von Gold und Silber, senkte beide Schalen in die Flüssigkeit und verschob die Silberschale so weit, bis wieder Gleichgewicht eintrat. Diese Stelle wurde mit Marken versehen. Numerische Angaben gibt er nicht [3]).

[1]) S. 71. [2]) Th. Ibel S. 183.

[3]) Weil gleiche Luftgewichte, gilt $V_1 s_1 = V_2 s_2$. Bezeichnet a den Wagarm und steht die verschobene Silberschale um b ab, gilt nach dem Einsenken $V_1 (s_1 - 1) \cdot a = V_2 (s_2 - 1) \cdot b$, somit $b = a s_2 (s_1 - 1) : (s_2 - 1) \cdot s_1$

In diesem Fall wäre der Auftrieb der Schalen zu berücksichtigen, wahrscheinlich waren sie aus so dünnem Blech hergestellt, daß er zu vernachlässigen war.

Genau so wie Mânâtîus verfuhr Muḥammed Ibn Zakarîjâ al Râzî. Nur wählte er gegen den sonstigen Gebrauch die linke Schale zur Silberschale und macht sie fest, während die Goldschale beweglich bleibt. Er gleicht in Luft eine Goldmenge mit Silber ab und senkt beide Schalen in Wasser. Da das Silber einen größeren Gewichtsverlust erleidet als Gold, muß er die Goldschale bis zu einem gewissen Punkte hineinschieben, der dann bezeichnet wird [1]).

'Omar al Chajjâmî bediente sich zur Bestimmung der spez. Gewichte und Untersuchung von Legierungen einer Wage [2]), von der al Châzinî berichtet. Leider hat N. Khanikoff die betr. Stelle nicht in seiner Arbeit veröffentlicht und nur summarisch den Inhalt angedeutet. Die Wasserwage hatte einen zylindrischen Wagebalken, der einfach und nicht geteilt war. An ihm hingen zwei gleichschwere Schalen, von denen die rechte die Goldschale hieß. Jede Schale wurde von drei Schnüren getragen, an deren Vereinigungspunkt ein weiterer Faden angeknüpft war [3]). Bei der Bestimmung von Wassergewichten benützte auch al Chajjâmî stets das gleiche Wasser, um einen, wenn auch kleinen, Fehler zu vermeiden.

Das größte Interesse erwecken die Arbeiten von al Châzinî [4]). Er bediente sich einer Wage, die schon sein Vorgänger al Asfizârî Wage der Weisheit [5]) genannt hatte; er behielt diesen Namen bei und nannte sie auch Universalwage. Sie ist wegen ihrer originellen Anordnung und großen Empfindlichkeit be-

[1]) Th. Ibel S. 153

[2]) Wage der Weisheit III, 5. E. Wiedemann, Beiträge VIII, 173. XV, 113. Th. Ibel S. 158.

[3]) Vgl. S. 53.

[4]) Über die Wage selbst und die dabei in Betracht kommenden Sätze vom Schwerpunkt u. s. w vgl. E. Wiedemann, Beiträge XVI, 153. Th. Ibel S. 85 112, wo auch eine Übersetzung des 5. Buches der Wage der Weisheit abgedruckt ist.

[5]) Auch al Baihaqî scheint eine Wage der Weisheit konstruiert zu haben. Vgl. E. Wiedemann, Beiträge XX, S. 74.

merkenswert. Wie al Châzinî selbst angibt, rührt ihre Konstruktion im wesentlichen von al Asfizârî her, indes hat er sie selbst in manchen Punkten verbessert. Wir wollen die Teile der Wage und ihre Größenmaße angeben.

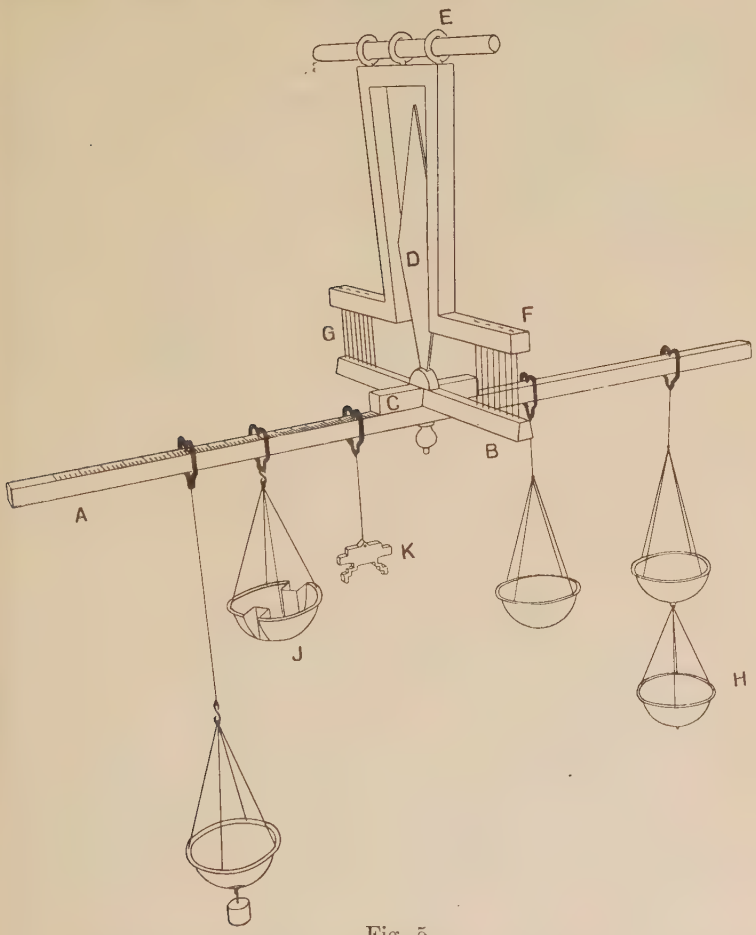


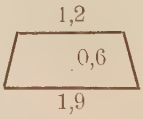
Fig. 5.

Der Wagbalken setzt sich aus zwei Teilen zusammen (cf. Figur 5), dem eigentlichen Wagbalken A, an dem sich die Wagschalen befinden und einem dazu senkrechten Querbalken B. Der Wagbalken wird aus Eisen gefertigt und hat 2 m Länge. Sein Querschnitt kann beliebig gewählt werden,

z. B. Kreis, Quadrat, Trapez. Al Châzinî wählt das Trapez. Die obere Fläche ist 1,2 cm breit, über die untere macht al Châzinî keine Angaben, bei der Rekonstruktion wurde sie 2,4 cm breit gemacht; der Abstand beider Flächen ist 2,4 cm. (Cf. Fig. 6.) Der mittlere Teil (C) ist, um eine Durchbiegung zu verhindern, stärker gearbeitet und auf die Länge von 20 cm 5,6 cm über die obere Fläche hinaus verdickt. Der Wagbalken trägt außerdem noch eine Einteilung, an der man die dem spez. Gewicht der Substanzen entsprechenden Größen ablesen kann (s. w. u.). An beiden Enden werden 0,6 cm freigelassen, der Rest in je 100 gleiche Teile geteilt.

In der Mitte des Wagebalkens wird von oben her ein

Wagbalken (1 : 2)
Fig. 6.



Querbalken (1 : 1)
Fig. 7.

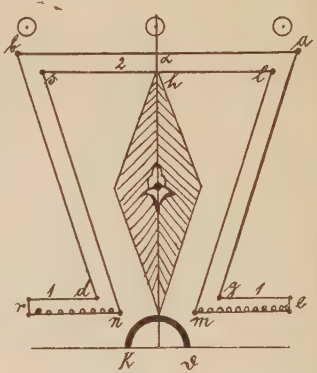


Fig. 8.

trapezförmiges Stück senkrecht zu seiner Längsrichtung ausgefeilt, damit ein Querbalken durchgeschoben werden kann, dessen Querschnitt Trapezform hat. (Cf. Fig. 7.) Die obere Fläche hat eine Breite von 1,2 cm, die untere 1,9 cm, die Höhe beträgt 0,6 cm. Diesen 75 cm langen Querbalken verbindet man fest, etwa durch An- löten, mit dem Wagbalken, damit jede Verrückung ausgeschlossen ist. Auf beiden Seiten des Hauptbalkens wird in den Querbalken eine beliebige Anzahl kleiner vertikaler Löcher gebohrt, deren Zweck noch erläutert wird.

Auf dem Querbalken wird eine Zunge (D) (cf. Figur 8) aus Eisen befestigt; sie ist 50 cm [1]) lang und so gestellt, daß

[1]) Es ist diese Länge sowie die anderen aus der von al Châzinî angegebenen berechnet. Bei der Unsicherheit des Umrechnungsverfahrens aus den arabischen in unsere Maße sind die Zahlen natürlich nur angenähert.

ihre Fläche parallel zum Querbalken steht. Durch Feilen oder Anbringung kleiner Gegengewichte stellt man stabiles Gleichgewicht her. Die Größe und das Material der Schere, innerhalb derer die Zunge einspielt, ist freigestellt. Man macht sie etwa 50 cm hoch. Am oberen Querstück sind einige Henkel (E) zum Aufhängen des ganzen Systems angebracht. In die zwei unteren Querstücke der Zunge, die Füße (F), sind Löcher gebohrt, die denen des Querbalkens genau entsprechen. Die Füße macht man ca. 36 cm lang.

Die Verbindung der beiden Lochreihen geschieht mit Seidenfäden (G) von 5—8 cm Länge. Durch diese Aufhängung hat der Wagbalken trotz seines großen Gewichtes eine große

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Beweglichkeit. Würde man an ihm eine runde Achse, die in einem Lager sich dreht befestigen, so wäre das in nicht hinreichendem Maße der Fall. Die Universalwage ist mit 5 Messingschalen ausgestattet, die alle gleiches Gewicht haben. Vier von ihnen haben Halbkugelgestalt von 18,8 cm Durchmesser. Eine von ihnen, Richter (H) genannt (Figur 9), läuft unten in eine Spitze von 1,9 cm Länge aus, damit sie sich leichter in den Flüssigkeiten bewegt. Um den Richter leicht an eine der Luftschalen anhängen zu können, trägt letztere einen kleinen Ring. Die fünfte Schale heißt die geflügelte (Figur 10) (J). Um gegen die Mitte heranbewegt werden zu können, ohne die Fäden der anderen Schalen zu berühren, ist sie auf zwei Seiten eingebogen; daher ihr Name. Die Breite der Einbuchtung beträgt 3,1 cm, die Tiefe 4,7 cm (Figur 11). Um jede Schale führt ein Reifen, der angelötet ist und 4 Ringe für die anzuknüpfenden Seidenfäden trägt. Diese Fäden sind 25 cm lang. An ihren Knoten befestigt man einen weiteren Faden von 75 cm Länge; bei der Ge-

flügelten ist er nur 25 cm lang. Zum Aufsetzen der Schalen auf den Wagbalken dienen besonders geformte Stahlringe; sie sind 2,5 cm breit und 6,3 cm hoch. Der Draht ist oben in der Mitte in eine Spitze umgebogen, damit sie auf der Mittellinie des Wagbalkens auf eine bestimmte Stelle gesetzt werden kann. Der Richter wird in ein Wassergefäß von 34 cm Tiefe eingesenkt. Zum Horizontalstellen des Wagbalkens dient ein kleines verschiebbares Laufgewicht (K), das ebenfalls an einem Stahlring hängt.

Die Wage der Weisheit[1]) gestattet sehr kleine Gewichtsdifferenzen festzustellen. Sie kann daher dazu dienen, echte Edelsteine von gefälschten zu unterscheiden; al Châzinî sagt darüber selbst[2]): „Die Wage der Weisheit ist die vorzüglichste Wage, die bei den Künsten und Geschäften der Menschen verwendet wird und zwar wegen der Genauigkeit des Wägens und den mit ihr verbundenen Vorteilen. Sie unterscheidet sich von den anderen Wagen darin, daß letztere auf das Gewicht der Dinge hinweisen und auf nichts weiter, aber nicht zwischen den gewogenen Dingen wie Stein und Gold einen Unterschied machen. Die Wage der Weisheit gibt uns Kenntnis von der Richtigkeit und dem Gewicht des gewogenen Dinges und darin überragt sie die anderen.“ In der Einleitung[3]), wo er die sieben Vorzüge der Wage schildert, betont er, daß die Wage noch das Übergewicht einer Habba (= 0,075 g) bei einer Belastung von 1000 Mitqâl anzeigt, daß man echte und verfälschte Metalle unterscheiden könne[4]). Zum Schluß heißt es: „Ein Hauptvorteil besteht darin, daß man sicher Edelsteine wie den Jâqût, den Rubin, den Smaragd oder die edle Perle erkennen kann, denn sie unterscheidet sicher zwischen ihnen und ihren Nachahmungen und gefärbten Fälschungen.“

---

[1]) Auf Grund der Angaben des Originals wurden im Phys. Institut zu Erlangen von Herrn Mechaniker H. Keller zwei Wagen in $^1/_4$ der Originalgröße ausgeführt, von denen ein Exemplar im Deutschen Museum in München sich befindet.

[2]) Wage der Weisheit V, 3. [3]) S. 8—10.

[4]) Der Wagbalken des Modells wiegt 1,8·2,4·200·7,74 = 1486 Mitqâl wählt man die Form eines Rechteckes, 991 M.

Aus dem Abschnitt[1]) über den Gebrauch der Wage heben wir das Wichtigste heraus. Nachdem al Châzinî die Gewichtssätze besprochen hat, die damals üblich waren und die zwei Arten erörtert, mit denen man das Gleichgewicht an der Wage herstellt, nämlich durch ein Laufgewicht (Rummâna) oder durch kleine Zusatzgewichte (Sanga), die in die Schalen gelegt werden, erläutert er die Bestimmung des Luft- und Wassergewichtes. Vorausgesetzt wird, daß das Metall rein ist und kein Hohlraum in ihm vorhanden ist, ferner die Kenntnis des Satzes, daß der Auftrieb eines Körpers „gleich dem Gewicht der Wassermenge ist, dessen Volumen gleich ist dem Volumen des in der Luft gewogenen Gegenstandes". Zur Feststellung des Luftgewichtes braucht man nur die beiden festen Luftschalen. Will man das Wassergewicht ermitteln, hängt man den Richter an die linke Luftschale, senkt ersteren ein und bringt die Wage ins Gleichgewicht. Dann legt man das Metall in den Richter und ermittelt mittels der rechten Luftschale das Wassergewicht. Um den Auftrieb zu finden, bildet man zwischen Luft- und Wassergewicht die Differenz, oder man legt in die rechte Wagschale das Luftgewicht und in die linke so lange Gewichte, bis Gleichgewicht eintritt. Letztere stellen den Auftrieb dar.

Das Luftgewicht ändert sich nach al Châzinî mit der Veränderung der Luft; doch ist der Unterschied so klein, daß er vernachlässigt werden darf. Das Wassergewicht hängt von der Beschaffenheit des Wassers und der herrschenden Temperatur ab. Von al Bîrûnî hat er gelernt, alle Operationen mit demselben Wasser und in derselben Jahreszeit (Herbst) vorzunehmen.

Von besonderer Wichtigkeit war an der Universalwage die Anbringung der Marken für die spezifischen Gewichte bezw. eine ihnen entsprechende Größe der Metalle und Edelsteine auf der oberen Seite des rechten Wagarmes. Die Marken bestanden in kleinen Gruben, die mit dem Bohrer angebracht wurden, an denen der Name der betreffenden Substanzen stand.

[1]) Th. Ibel, S. 139.

Bevor al Châzinî die Markierung vornahm, überzeugte er sich noch einmal, ob alle Wagschalen gleich schwer waren. Zuerst hing er zwei Schalen auf und sah nach, ob das Gleichgewicht erhalten blieb. War dies der Fall, so legte er in jede Schale eine andere samt Hacken und Schnüren und stellte nötigenfalls durch kleine Zusatzgewichte Gleichgewicht her. Dann vertauschte er die Schalen; spielte die Wage ein, war er sicher, daß die Schalen gleich schwer waren. Die Marken selbst fand er auf folgende Weise. Zuerst wog er in den beiden Luftschalen gleiche Mengen derselben Substanz. War das Luftgewicht so genau ermittelt, legte er den Körper in den Richter und das Luftgewicht in eine der verschiebbaren (rechten) Schalen, während er die fünfte Schale zum Ausgleich auf die linke Seite setzte. Diese beiden beweglichen Schalen wurden nun so lange auf korrespondierende, d. h. gleich weit vom Mittelpunkt abstehende Punkte verschoben, bis wieder Gleichgewicht eintrat. Der erreichte Punkt des rechten Armes war die gesuchte Marke des betr. Körpers[1]). So markierte er die Stellen, vom Ende des Wagbalkens an gerechnet, für Gold, Quecksilber, Blei, Silber, Bronze, Messing, Eisen, Zinn, roten Jâqût, grauen Jâqût, Smaragd, Lapis Lazuli, Perle, Karneol, Onyx und Bergkristall und Glas. Die Reihe der spez. Gewichte war also eine fallende, vom äußeren Ende an gerechnet.

Man kann die Wage auch so eichen, daß man, ohne die Wägungen selbst vorzunehmen, die bereits aufgestellte Tabelle der Wassergewichte benützt; sie enthält die Wassergewichte für je 100 Mitqâl. Diese Größe wird vom Mittelpunkte aus nach rechts abgetragen und die Stelle markiert. Oder man entnimmt der Tabelle die Größe des Auftriebs, $100 - W$;

[1]) Ist a die Länge des Wagbalkens, G das Schalengewicht, b die Entfernung der Marke von der Zunge, hat man die Gleichung $V_1(s_1 - 1) + G \cdot b = b(G + V_1 s_1)$ oder $b = a(s_1 - 1) : s_1$. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Wage nach Einsenkung des Richters ins Gleichgewicht gebracht war. Daß dies geschah, sagt al Châzinî früher mit den Worten: „Ist das Gleichgewicht erreicht, so erwähnen wir dies Gewicht nicht mehr besonders, sondern betrachten es als zur Gesamtheit der Glieder der Wage gehörig.“ Dieser Ausgleich wird fernerhin als selbstverständlich nicht mehr erwähnt.

dann muß die Markierung vom Endpunkte des Balkens aus geschehen. Kommt bei Prüfung eines Metalles oder Edelsteines die rechte bewegliche Schale auf den entsprechenden Punkt zu stehen, so ist das Metall rein, der Edelstein echt.

Nachdem gezeigt ist, wie sorgfältig al Châzini seine Wage prüfte, bevor er sie gebrauchte und in welcher Weise er für die verschiedensten Substanzen auf dem Wagebalken die Marken feststellte, an denen er die Gewichte aufhängen mußte, um durch eine einfache Wägung, ohne weitere Rechnung, sofort die Art eines jeden einfachen Körpers angeben zu können, fragen wir noch, welches wohl der leitende Gedanke gewesen ist, um auf derartige Eichungen zu kommen. Es handelte sich bei al Châzinî nicht darum, das absolute Gewicht der Substanz festzustellen, er wollte sofort das spez. Gewicht finden. Deshalb suchte er nach einer Größe, die erhalten bleibt, mag der zu untersuchende Körper groß oder klein sein. Denkt man sich zwei Körper, die in der Luft gleich schwer sind, $V_1 \cdot s_1 = V_2\, s_2$, und senkt man den ersten in eine Flüssigkeit (σ), muß man den zweiten Körper hereinrücken, wenn wieder Gleichgewicht eintreten soll. $V_1 \cdot (s_1 - \sigma) \cdot l = V_2 \cdot s_2 \cdot l_1$. Ersetzt man das Verhältnis $V_1 : V_2$ durch $s_2 : s_1$, entsteht $l_1 : l = (s_1 - \sigma) : s_1$ oder $s_1 = \sigma l : (l - l_1)$. Die Gleichung zeigt, daß zu einem bestimmten s_1 ein mitbestimmtes l_1 gehört, da σ und l konstant sind. Der Wägende hat sich von der Größe des Körpers unabhängig gemacht und die Bestimmung von s_1 auf eine Längenmessung zurückgeführt. Indem al Châzini die durch Versuche oder Rechnung gefundenen Längen aufträgt, stellt er sich eine geeichte Wage her, an der er alle spez. Gewichte sofort ablesen kann, wenn er nur stets dieselbe Flüssigkeit benützt. Dadurch daß al Châzini eine Schale (II), deren Gewicht gleich derjenigen Schale (I) ist, in der sich das Gewicht befindet, als Kompensation benützt, braucht er das Gewicht der Schalen nicht zu kennen. Wiederum ist der Auftrieb der Schale im Wasser vernachlässigt. Besonders macht al Châzinî darauf aufmerksam, daß die zu wägenden Metalle, die unter das Wasser kommen, keinerlei Höhlen und Sprünge, die Luft enthalten, haben

dürfen, in die das Wasser nicht eindringt; denn eine solche Stelle in der Substanz wirkt ebenso, wie wenn ihr eine leichte Substanz beigemengt ist.

Noch wird darauf hingewiesen, daß man etwa absichtlich hergestellte Hohlräume u. s. w. durch Draufschlagen mit dem Hammer prüfen soll.

Die Verwendung der Wage zur Untersuchung von Legierungen wird später besprochen.

In der Schrift des Pseudo-Archimedes [1]) findet sich die Aufgabe, das Verhältnis eines untersinkenden Körpers, wie Eisen, zu dem eines schwimmenden, wie Wachs, secundum magnitudinem und secundum speciem zu finden. Seine Lösung ist in unserer Bezeichnung folgende. Man wägt den ersten Körper in Luft und Wasser und findet P_1 und W_1; der Unterschied beider Gewichte ist $P_1 - W_1 = V_1$. Das Luftgewicht des zweiten Körpers ist P_2. Nun verbindet man beide Substanzen zu einem Köper. $P_3 = P_1 + P_2$; sein Wassergewicht ist W_3, die Differenz $V_3 = P_3 - W_3$. Somit kennt man auch das Volumen des zweiten Körpers $V_2 = V_3 - V_1$. Das gesuchte Verhältnis $V_1 : V_2$ hat den Wert $(P_1 - W_1) : (P_3 - W_3 - P_1 + W_1)$. Um das Verhältnis $s_1 : s_2$ zu finden, konstruiert er sich einen Hilfskörper [2]) aus der Substanz des ersten und vom Volumen des zweiten Körpers, also $P_4 = V_2 \cdot s_1$, dessen Luftgewicht er kennt. $P_4 : P_2 = s_1 : s_2$.

Wir wenden uns nun zu den Leistungen des okzidentalen Mittelalters.

Nicolaus v. Cusa kennt das archimedische Prinzip. Er sagt, daß ein Körper verschiedenes Gewicht hat, je nachdem man ihn in Luft oder Wasser, Öl oder einer anderen Flüssigkeit wägt. Er weiß also, daß wir nicht das wahre Gewicht, sondern das scheinbare ermitteln. Würde [3]) man die Gewichte

[1]) Tartalea l. c. S. 18.

[2]) Der Hilfskörper konnte erspart werden, da der Gleichung $P_1 : P_2 = (V_1 : V_2) \cdot (s_1 : s_2)$ das Verhältnis $s_1 : s_2$ sofort entnommen werden kann $s_1 : s_2 = P_1(P_3 - W_3 - P_1 + W_1) : (P_1 - W_1)P_2$.

[3]) Es ist nicht wahrscheinlich, daß Nicolaus v. Cusa die Araber, speziell

in Luft und Wasser aufschreiben, so, sagt er, wüßte man genau, wievielmal ein Metall schwerer als ein anderes ist. Umgekehrt kann man aus dem Luft- und Wassergewicht einen Rückschluß auf die Art des Körpers machen, vorausgesetzt, daß das Metall rein ist[1]). Eine Wage beschreibt er nicht; er bemerkt aber, „daß man durch sie zu den Geheimnissen der Dinge am besten und sichersten gelangt".

Besonders reichhaltig sind die Ausführungen des Nicolaus Tartalea. Wie al Bîrûnî stets dasselbe Wasser verwandte, so benützt Tartalea stets Regenwasser, da er dieses für das reinste hält. Aus den Überschriften zu seinen Beobachtungen ist zu ersehen, daß er seine Experimente nur in den Monaten März und April anstellte. Wir dürfen wohl daraus schließen, daß er wußte, daß die Temperatur das spezifische Gewicht des Wassers beeinflußt. Seine Untersuchungen erstrecken sich über einen Zeitraum von 10 Jahren. Seine Resultate sind in einem Anhang einer Ausgabe des opusculum Jordani von dem betreffenden Herausgeber veröffentlicht worden. Dabei benützt Tartalea die Gewichte[2]):

1 Lira = 1 ℔ = 12 unc. = 144 Karat = 576 grain = 327,45 g.

Aus dem Jahre 1541 stammt eine Reihe von Aufzeichnungen, in denen er ein Verhältnis der Schwere der einzelnen Substanzen mittels des archimedischen Prinzips mitteilt. Er wägt den Körper in Luft und Wasser, bestimmt den Gewichtsverlust und findet so ein Verhältnis der Schwere des Körpers zum Gewicht des gleich großen Volumens Wasser. Wenn möglich, benützt er das Volumen der Eisenkugel, die er zuerst untersuchte; wo es nicht anging, richtete er die Zahlen so ein, daß er sofort vergleichen kann. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

---

al Châzinî, kannte. Was er noch als Wunsch äußert, hatten die Muslime längst geleistet.

[1]) Die Betrachtung der Körper will er auf gleiches Volumen und gleiches Gewicht ausgedehnt wissen. Wie man Metalle rein darstellt, erwähnt er nicht, nur vom Gold sagt er im Anschluß an Plinius, daß das im Feuer geläuterte (obrizon) rein sei.

[2]) F. Hultsch l. c. S. 706.

Substanz	Luftgewicht	Wassergewicht	Verlust	Verhältnis
Eisenkugel	19 unc.	16 unc.	3 unc.	19 : 3
Bleikugel	30 „	27 „	3 „	30 : 3
Steinkugel	7 „	5 „	2 „	7 : 2
Messing	24 „	21 „	3 „	24 : 3
Blei [1])	2 ℔ 6 „	2 ℔ 4 „	2 „	45 : 3
Blei	60 „	$55\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	40 : 3
Kupfer	261 gr.	221 gr.	40 gr.	261 : 40
Ziegelstein	23 unc.	10 unc.	13 unc.	$5\frac{4}{13}$: 3
Stein [2])	7 ℔ 2 „	3 ℔ 9 „	41 „	$6\frac{12}{41}$: 3
	7 ℔ 9 „	3 ℔ 9 „	48 „	$5\frac{39}{48}$: 3
	7 ℔ 10 „	3 ℔ 10 unc.	48 „	$5\frac{7}{8}$: 3

Die Angaben sind auch insofern von Bedeutung, als sie zeigen, daß Tartalea keine Wage besaß, die genaue Wägungen gestattete; denn die Kubikunze [3]) war damals genau so groß wie früher. Es wird nämlich gesagt, daß der Stein $96\,\frac{3}{10}$ Kubikunzen groß war. Da $96\,\frac{3}{10}$ cbunc 4 ℔ wiegen sollen, wiege 1 Kubikfuß $71\frac{1}{2}$ ℔. Statt 4 ℔ muß es offenbar heißen $4\frac{1}{2}$ ℔; $4\frac{1}{2}$ ℔ wiegen 1473,525 g, somit die cbunc 14,99 g. Der Würfel, der dieses Maß faßt, hat eine Kante von 24,6 mm, ein Wert, der von F. Hultsch [4]) bestätigt wird.

Wohl um das Verhältnis des Goldes und Silbers zu dem des Wassers bei gleichem Volumen zu finden, benützt Tartalea verschiedene Gold- und Silbermünzen, ohne aber hervorzuheben, daß diese nicht aus reinen Metallen bestehen. Vielleicht wollte er in diesen Messungen ein Mittel finden, um die Münzen auf ihre Echtheit zu prüfen. Da seine Wage wohl nicht genügend genau war, um entsprechend genaue Werte bei Anwendung einer Münze zu erhalten, hat er wohl von ihnen eine Anzahl (z) gewogen (cf. Tabelle), die man in folgender Weise findet. Da 576 g = 327,45 g, sind 66 g = 37,52 g. Da 1 scudo Venetiano 3,38 g wiegt, wurden 37,52 : 3,38 = 11 Münzen dieser Art gewogen. Seine Angaben stehen in folgender Tabelle.

[1]) In den Angaben ist offenbar ein Irrtum.

[2]) Die drei letzten Wägungen desselben Steines konnten nicht übereinstimmen, da der Stein, wie selbst Tartalea angibt, Wasser einsaugte. Noch mehr differieren seine Angaben über „Blei“; später fand er das Verhältnis $36\frac{24}{81}$: 3.

[3]) Die Längeneinheit 1 unc. = $\frac{1}{12}$ Fuß. [4]) Metrologie S. 700.

Münze	Luftgewicht	Wassergewicht	Verlust	Verhältnis (= spez. Gewicht)	z
1. El scudo Venetiano	66 grain	62 grain	4 grain	16,5	11
2. El ducato turco	68 „	64 „	4 „	17	11
3. Un scudo francese	67 „	63 „	4 „	16,75	11
4. Ducato ongaro	68 „	64 „	4 „	17	11
5. Ducato cechino	17 K	16 K	1 K	17	11
6. Un rainese de li fo-	64 unc.	58 unc.	6 unc.	10,67	539
7. Mocenigo[2]) [cari[1])	120 „	109 „	11 „	10,91	962; 1000;
	125 „	113 „	12 „	10,42	2510; 1111.
	313 „	281 „	32 „	9,78	
	127 „	115 „	12 „	10,58	

Um zu prüfen, inwieweit die Angaben Tartaleas Anspruch auf Genauigkeit erheben können, bat ich Herrn Dr. Cuno[3]), mir die Luft- und Wassergewichte obiger Geldsorten, die im Münchener Münzkabinet in sehr schönen Exemplaren vertreten sind, zu ermitteln. Die Gewichte sind:

	Luftgewicht	Wassergewicht	Spez. Gewicht	
ad 1.	3,38 g	3,19 g	17,79	Goldmünzen.
2.	3,42 „	3,23 „	18	
3.	3,37 „	3,18 „	17,79	
4.	3,615 „	3,425 „	19,03	
5.	3,47 „	3,29 „	19,28	
6.	3,24 „	3,303 „	15,43	
7.	3,12 „	2,82 „	10,4	Silbermünze.

Schon früher wurde darauf hingewiesen, daß alle von Tartalea gegebenen Verhältniszahlen zu klein sind[4]). Man vermutete einen konstanten Fehler, an dem alle seine Bestimmungen litten. Es dürften sich aber aus folgenden Gründen diese Abweichung erklären. Vor allem ist zu berücksichtigen, daß Tartalea nur Legierungen prüfte; als solche sind die Münzen aller Zeiten anzusehen. Er besaß ferner kein Metall in der Reinheit, wie es uns gegenwärtig zur Verfügung steht. Endlich waren die Wagen nicht von der notwendigen Empfindlichkeit, abgesehen davon, daß Tartalea

[1]) Eine Goldmünze, welche die Fugger in Augsburg prägen ließen.

[2]) Eine venetianische Silbermünze.

[3]) Die mir von Herrn Prof. Favaro in Padua mitgeteilten Werte der Luftgewichte weichen um höchstens 0,1 g von den Münchener Werten ab. Beiden Herren sei an dieser Stelle der beste Dank ausgesprochen.

[4]) M. Cantor II, 516.

nicht allzugenau gewogen hat, wie er selbst durch die Zusätze einräumt „ungefähr“, „etwas mehr“.

Trotz der nicht immer befriedigenden Ergebnisse hat Tartalea das große Verdienst, daß er als erster im Okzident sich nicht mit allgemeinen Bemerkungen über das spez. Gewicht zufrieden gab, sondern diese Größe selbst bestimmte und uns so ein Material hinterließ, das sich nachprüfen und seine Arbeitsmethode erkennen läßt. Im 3. Teile werden wir noch ein weiteres Verdienst hervorzuheben haben.

Die Aufzeichnungen Tartaleas schließen mit einer Tabelle der spez. Gewichte, in die aber nicht alle Werte aufgenommen sind, die im Werke selbst erwähnt werden. Um Vergleiche anstellen zu können, geben wir S. 89 eine Tabelle der spez. Gewichte aus verschiedenen Zeiten und Zonen.

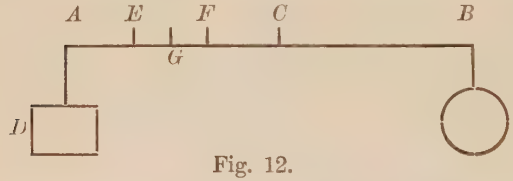


Fig. 12.

G. Galilei führt in seinem Werk [1]) „La Bilancetta“ folgendes aus. Archimedes hat das Problem von der Krone des Hiero gelöst. Die Überlieferung, daß er das Verhältnis des Goldes und Silbers in dem Kunstwerk mit der Verdrängungsmethode ermittelte, scheint Galilei nicht glaubwürdig, denn sie sei zu roh und weit von der notwendigen Genauigkeit entfernt. Deshalb überlegte er, wie wohl Archimedes verfuhr und er glaubt den Weg gefunden zu haben, den jener eingeschlagen hatte. Galilei benützt das archimedische Prinzip und eicht sich eine Wage (cf. Figur 12), mittels deren er sofort erkennen kann, ob ein Körper aus reinem Gold oder Silber besteht. Wir erfahren bei dieser Gelegenheit, daß er Gold für 20mal schwerer als Wasser hält, Silber dagegen für 12mal so schwer.

Er belastet eine gleicharmige Wage in Luft mit einer Goldmenge, der ein Gewicht Gleichgewicht hält. Die Goldschale (B) taucht er in Wasser, während das Gegengewicht

[1]) L. c. S. 197.

in der Luft soweit verschoben wird (E), daß die Wage wieder einspielt. Genau so verfährt er mit einem Silbergewicht. In diesem Falle muß er das Laufgewicht bis F hereinschieben. Soll die Wage zuverlässig sein, müssen die Metalle rein sein und die Punkte E und F müssen genau bestimmt werden. Mit dieser Wage kann er auch Legierungen prüfen[1]).

Galilei sagt: CA ist soviel mal größer als EA, soviel mal das Metall (Gold) schwerer ist als Wasser. Analog ist CA soviel mal größer als FA, als Silber schwerer als Wasser ist.

In der von A. Favaro besorgten Ausgabe[2]) der Werke Galileis folgt auf die Schrift La Bilancetta ein interessanter Anhang[3]), der aus der Feder Galileis selbst stammt, aber bisher wenig beachtet wurde. Er trägt den Titel „Tabelle über die Verhältnisse der Schwere in specie bei den Metallen und Edelsteinen, gewogen in Luft und Wasser". Es sind zwei Tabellen, die z. T. identisch sind. Neben den Namen der Substanz stehen die Gewichte in Luft und Wasser, ausgedrückt in grani[4]); wir fügten noch die daraus sich ergebenden spez. Gewichte(s) bei.

1. Tabelle[5]).

	Reines Gold	Reines Silber	Feines Silber	Kupfer	Diamant	Rubine (3)	Smaragd	Topas	Saphir
L.	$156\frac{1}{4}$	$179\frac{1}{4}$	576	$179\frac{9}{16}$	$48\frac{1}{6}$	$16\frac{9}{16}$	$133\frac{7}{32}$	$381\frac{1}{4}$	$10\frac{1}{2}$
W.	$148\frac{1}{4}$	162	$520\frac{95}{100}$	159	$34\frac{19}{32}$	$12\frac{7}{16}$	$84\frac{5}{32}$	$242\frac{1}{2}$	$7\frac{9}{16}$
s	19,5	10,39	10,46	8,73	3,55	4,01	2,71	2,75	3,57

[1]) Der Ansatz ist: $AC \cdot P = a \cdot V_1 \cdot s_1$; $EC \cdot P = aV_1(s_1 - 1)$, somit $AC : AE = s_1 : 1$; $AC : AF = s_2 : 1$. Die Anwendung auf Legierungen wird auf S. 77 besprochen. Auch hier ist dem Gewichtsverlust der Schalen selbst nicht Rechnung getragen.

[2]) Edizione Naz., Florenz 1890, Bd. I. [3]) S. 221—228.

[4]) 1 Libra = 576 grani.

[5]) Wie die Araber auf 2400 Tass., so rechnet Galilei bei den meisten Substanzen auf 1 Pfund um; denn er gibt außer den Werten des Luft- und Wassergewichtes bei den meisten Substanzen noch das Luftgewicht 576 g an sowie das berechnete Wassergewicht.

2. Tabelle[1]).

	L.	W.	s		L.	W.	s
Ung. Gold	576	$545\frac{18}{100}$	18,69	Perle	$91\frac{7}{8}$	$56\frac{3}{8}$	2,59
Reines Silber	$179\frac{1}{4}$	162	10,39	„	$29\frac{1}{8}$	19	2,88
Silber v. Testoni	576	$520\frac{15}{60}$	10,43	Granat	$89\frac{32}{128}$	$64\frac{7}{8}$	3,61
Diamant	$48\frac{1}{6}$	$34\frac{19}{32}$	3,55	„	$224\frac{1}{2}$	$168\frac{1}{8}$	3,98
Smaragd	$133\frac{7}{32}$	$84\frac{5}{32}$	2,71	Saphir	$103\frac{3}{8}$	$63\frac{1}{4}$	2,58
Topas	$210\frac{11}{32}$	$131\frac{6}{32}$	2,66	Chalcedon	$61\frac{9}{16}$	$37\frac{15}{16}$	2,61
Chrysolith	$310\frac{16}{32}$	$217\frac{7}{8}$	3,36	Smaragd	$192\frac{1}{4}$	$129\frac{5}{8}$	3,07
„	$68\frac{9}{16}$	$40\frac{15}{16}$	2,48	Chrysolith	$102\frac{5}{8}$	$72\frac{3}{16}$	3,39
Topas	$381\frac{1}{4}$	$242\frac{1}{2}$	2,75	Amethyst	$102\frac{13}{16}$	$56\frac{13}{16}$	2,23
Saphir	$5\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{4}$	3,83	Beryll[2])	$65\frac{5}{16}$	$41\frac{5}{16}$	2,72
Rubin	$16\frac{9}{16}$	$12\frac{7}{16}$	4,01	Kristall	$229\frac{3}{4}$	$143\frac{1}{4}$	2,63
„	$49\frac{1}{10}$	$35\frac{5}{16}$	3,56	Kupfer	$380\frac{1}{2}$	337	8,74
Saphir	$10\frac{1}{2}$	$7\frac{9}{16}$	3,57	„	$179\frac{9}{16}$	159	8,73
Türkis	$36\frac{3}{4}$	$23\frac{5}{16}$	2,73	„	576	$510\frac{75}{100}$	8,83
„	$22\frac{13}{16}$	$14\frac{9}{16}$	2,76				

Offenbar von dem Interesse geleitet bei Gold- und Silberstücken, sei es als Münzen oder sonst, zu entscheiden, ob sie rein sind oder nicht, sind im Anschluß an Galilei von seinen Schülern Methoden ersonnen worden.

Domenico Mantovani[3]) benützte das archimedische Prinzip, um das Volumen eines jeden Körpers, wie er auch gestaltet sein möge, zu finden, ohne sich Hilfskörper herstellen zu müssen, denn es sei dem Volumen des Wassers gleich, das ebensoviel wiege, wie der Gewichtsverlust ausmache. Ferner macht er noch die interessante Bemerkung, daß sich das archimedische Prinzip auch anwenden läßt, wenn die Figur aus einem Stoff leichter als Wasser besteht, z. B. aus Wachs; dann muß man mit ihr irgendein Gewicht verbinden, welches sie auf den Grund zieht, dieses Gewicht ermitteln und sein Volumen von dem des Ganzen abziehen, so bleibt das Volumen der Statue aus Wachs übrig.

Benedetto Castelli[3]) (1577—1644) benützte sowohl eine gleicharmige (cf. Figur 13) wie eine ungleicharmige Wage. Doch verfährt er nicht so, wie manche seiner Vorgänger, daß er am

[1]) Im Original wird hier der Wert für reines Gold wiederholt.

[2]) Auf eine Anfrage, was man unter aqqua marina tenera verstehe, hatte Herr Prof. Favaro die Güte mitzuteilen, daß vielleicht der Beryll gemeint ist. Die eine Gruppe dieser Steine umfaßt Hartsteine, die anderen Weichsteine (tenere).

[3]) Th. Ibel S. 171.

Hebelarm Marken anbringt, sondern so, daß er sich besondere Gewichte aus einer schweren Substanz, z. B. Blei herstellt. Um Gold und Silber zu vergleichen, nimmt er von jedem Metall ein gleiches Luftgewicht von 1 Unze und taucht beide Schalen ein. Die linke Silberschale erscheint leichter. In sie legt er das Gewicht[1]) F aus Blei, bis die Wage einspielt. Dieses Gewicht F nennt er den „Index“ für eine Unze Gold. Solche Indizes stellt man sich nach Belieben viele her, für das ℔ (libbra) 12 Stück, die man auch zu einem Ganzen vereinigen kann. Zur Prüfung kleinerer Goldmengen, z. B. 1 Scrupel wählt man 1 : 24 des Bleigewichtes, für 1 Gran 1 : 576 des Index für eine Unze Gold.

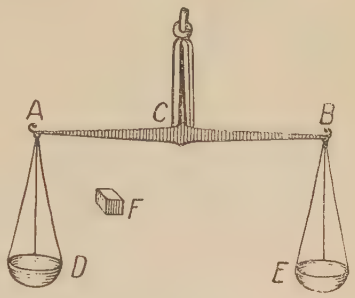


Fig. 13.

Die ungleicharmige Wage (cf. Figur 14) dagegen versah er mit Marken am längeren Arm. In die festen Wagschalen

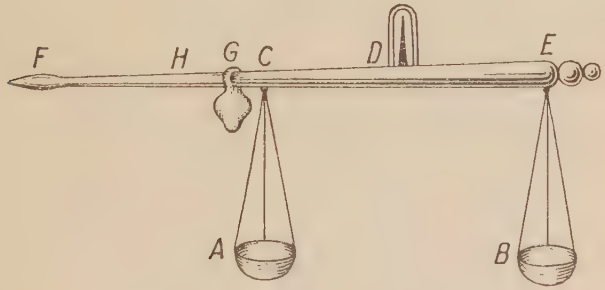


Fig. 14.

werden je 1 Unze Gold und Silber gebracht, dann beide Schalen eingetaucht und das Laufgewicht G so lange verschoben, bis Gleichgewicht eintritt. Dieser Punkt wird markiert, er entspricht 1 Unze Gold. Genau so verfährt er mit 2 Unzen Gold u. s. f.

Vincenzo Viviani[2]) (1622--1701) benützt eine ungleicharmige Wage (cf. Figur 15) mit einer verschiebbaren Luftschale. Am

[1]) Ganz ähnlich verfuhr auch al Châzinî. Vgl. S. 85. Ed. Naz. Bd. I, 208.

[2]) Th. Ibel S. 173.

Endpunkte F hängt das Goldgewicht A, in C das Gewicht B. Während B in der Luft bleibt, wird A in Wasser oder irgendeine andere Flüssigkeit gesenkt. Zur Wiederherstellung des Gleichgewichts muß man B bis zum Punkte D hereinschieben. Aus dem Verhältnis CE : CD erhält man das Verhältnis der Schwere des in A befindlichen Körpers zur Flüssigkeit[1]).

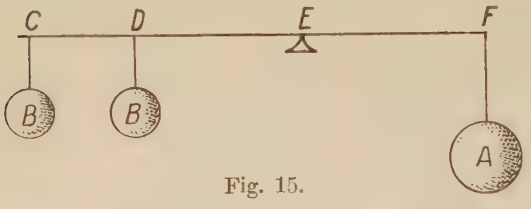


Fig. 15.

B. Legierungen.

Schon Aristoteles zog Körper, die aus einfachen, jedoch verschiedenen Substanzen zusammengesetzt sind, in den Kreis seiner Betrachtung. Er schreibt[2]): „Sämtliche gemischte Körper sind aus einfachen zusammengesetzt.“ Ferner: „Wenn der eine von den beiden Körpern ausschließlich oder in sehr hohem Grad empfänglich für Einwirkungen ist, der andere aber nur in unmerklichem Grade, so wird der aus beiden gemischte nicht oder nur um wenig größer, wie dies beim Zinn und Kupfer stattfindet. Bei Mischungen ist weder notwendig, daß die Komponenten vergehen, noch daß sie fortbestehen.“

Die Frage, wie sich die Komponenten nach der Mischung verhalten, wird später nicht mehr aufgeworfen. Stillschweigend nahm man den Satz als richtig an, daß Legierungen ein Volumen haben, das der Summe der Volumina der Komponenten gleich ist. Erst Dom. Mantovani erklärt[3]) ausdrücklich, daß bei allen Versuchen mit Legierungen diese Voraussetzung gemacht ist. Er schreibt: Ich glaube, daß,

[1]) Der linke Wagbalken mußte also eine feine Teilung erhalten. Die Behauptung, daß CE : CD das verlangte Verhältnis darstellt, ist richtig. Nennt man CE = a, DE = b, EF = c gilt $V_1 \cdot s_1 \cdot c = V_2 s_2 \cdot a$; $V_1(s_1 - \sigma) \cdot c = V_2 s_2 \cdot b$; also $s_1 : (s_1 - \sigma) = a : b$, $s_1 = a\sigma : (a - b)$. Bei Verwendung von Wasser ist $\sigma = 1$, $s_1 = a : (a - b) = CE : CD$.

[2]) Über Entstehen und Vergehen 2, 8; 1, 10.

[3]) Le opere di G. Galilei, Florenz, Bd. 13, S. 206, 1855.

wenn man 101 ℔ Kupfer mit 21 ℔ Zinn vereinigt, um 120 ℔ (2 ℔ gehen beim Schmelzen verloren) Glockenmaterial herzustellen, die 120 ℔ der Legierung einen kleineren Betrag (Volumen) haben werden als die 100 ℔ reines Kupfer zusammen mit 20 ℔ reinem Zinn und daß die Verbindung spezifisch schwerer ist als das reine Kupfer und das reine Zinn. In dem Falle Galileis glaubt man, daß die Verbindung des Goldes und Silbers leichter ist als das reine Gold, aber schwerer als das reine Silber In Bezug auf diese Sache könnte man leicht noch einen ähnlichen Versuch anstellen, in dem man z. B. 10 ℔ Blei mit 5 ℔ Zinn zusammenschmilzt, ich beobachte, ob die 15 ℔, oder wieviel es gerade ist, der Unterschied zwischen dem Gewicht in Wasser und dem Gewicht in Luft proportional ist dem Gewichtsverlust, den ursprünglich die 15 ℔ unverbundenen Metalles geben. Ich sage absichtlich nicht die gleiche Differenz, da ich annehme, daß beim Schmelzen ein Verlust eintritt[1]).

Die Zusammensetzung einer Legierung aus zwei Komponenten kann man bekanntlich aus den spez. Volumen φ, ϱ, μ bezw. den spez. Gewichten s_1, s_2, s der reinen Metalle und der Legierung oder den diesen Größen proportionalen ermitteln. Bezeichnen x, y die in P, bezw. 100 Gewichtsteilen der Legierung enthaltenen Mengen der Metalle, x' und y' die Bruchteile der Metalle in der Gewichtseinheit, bestehen die Gleichungen

$$x + y = P;\ x \cdot v_1 + y v_2 = P \cdot v;\ x v_1 + (P - x) \cdot v_2 = P \cdot v \text{ bezw.}$$

$$x v_1 + (100 - x) v_2 = 100\, v;\ x' \cdot v_1 + (1 - x') v_2 = v;\ \frac{x}{s_1} + \frac{y}{s_2} = \frac{P}{s};$$

$$\frac{x}{s_1} + \frac{P - x}{s_2} = \frac{P}{s};\ \frac{x}{s_1} + \frac{100 - x}{s_2} = \frac{100}{s};\ \frac{x'}{s_1} + \frac{1 - x'}{s_2} = \frac{1}{s}.$$

Die Bestimmung der Zusammensetzung der Legierungen kann unter Zuhülfenahme der in den obigen Gleichungen enthaltenen Beziehungen in verschiedener Weise vorgenommen werden.

[1]) Da das spezifische Gewicht der Bronze wohl manchmal etwas höher ist als das des Kupfers, aber wesentlich höher als das des Zinns, so handelt es sich hier um einen gedachten Versuch.

1. Man kann zunächst die Gewichte gleicher Volumina der Metalle und der Legierung vergleichen. Dies Verfahren wurde nur von wenigen Gelehrten angewandt. Zuerst geschah es von Menelaus. Er sagt[1]:

„Das Verhältnis des Überschusses des Gewichtes des reinen Goldes über das Gewicht des reinen Silbers, das dem Golde an Volumen gleich ist, zu dem Überschuß des Gewichtes des gemischten Körpers über das Gewicht des reinen Silbers, das ihm an Volumen gleich ist, ist gleich dem Verhältnis des Gewichtes des reinen Goldes zu dem Gewicht des bei gemischten Goldes in dem aus Gold und Silber gemischten Körper."

In unserer Bezeichnung lautet der Satz des Menelaus

$$(P_1 - P_2) : (P - Vs_2) = P_1 : x.$$

Daraus ergibt sich das Gewicht des Goldes in der Legierung und hieraus folgt das Gewicht des Silbers $(P - x)$. Die Legierung hat das Gewicht P. Aus den Komponenten stellt sich Menelaus zwei beliebige Körper her von gleichem Volumen $P_1 = V_1 \cdot s_1$; $P_2 = V_1 \cdot s_2$; ein dritter Hilfskörper hat das Volumen der Legierung und das Material des zweiten Körpers, $P_2' = V \cdot s_2$. Aus $V = x : s_1 + (P - x) : s_2$ ergibt sich $V \cdot s_2 = P - x(1 - s_2 : s_1)$. Er kennt Vs_2, das Gewicht des dritten Hilfskörpers, $s_2 : s_1 = P_2 : P_1$ und P. Eine leichte Umformung ergibt die Behauptung.

Ganz ähnlich wie Menelaus beschreibt der Dichter Fannius[2] in seinem Werk de ponderibus et mensuris ein Verfahren, wie man eine Legierung auf ihre Komponenten prüft. Er stellt sich zwei volumengleiche Hilfskörper her, einen aus Gold, den andern aus Silber sowie einen dritten aus Silber vom Volumen der Legierung. „Aus diesen Angaben kann man bestimmen, wieviel Silber dem gelben Golde heimlich beigemischt wurde." Wie man zu dem gewünschten Resultate kommt, teilt er nicht mit[3].

[1]) Nach dem Text im Eskurial. Die Überlieferung von al Châzinî gibt E. Wiedemann, Beiträge, XV, S. 118.

[2]) V. 165—175.

[3]) Die Rechnung ist folgende. Vier Gewichte sind bekannt $P = Vs$,

Auch al Nairîzî benützt das Verfahren des Menelaus, von dem er sich nur dadurch unterscheidet, daß er statt des Goldgehaltes den Silbergehalt der Legierung feststellt. Dazu bildet er sich aus Gold und Silber zwei volumengleiche Hilfskörper, während ein dritter aus Gold mit der Legierung volumengleich ist, in Zeichen $P_1 = V_1 \cdot s_1$, $P_2 = V_1 s_2$. $P_1' = V s_1$. Seine Formel[1]) lautet in unserer Bezeichnung

$$(P_1 - P_2) : P_1 = (P_1' - P) P_2 : P_1 \cdot y.$$

Die Abhängigkeit der beiden Autoren von Menelaus ist offenbar, beide nennen aber ihre Quelle nicht. Ihre Methoden bieten nichts Neues, da sie eine bereits bekannte nur unwesentlich variieren.

In dem Werke des Pseudo-Archimedes finden sich zwei hierher gehörige Sätze. Der erste zeigt, wie sich die Volumina der Komponenten verhalten, wenn man sich als Hilfsmittel zwei Körper aus den Komponenten herstellt, die dasselbe Volumen wie die Legierung besitzen. Es heißt: Hat man drei volumengleiche Körper, von denen zwei einfacher, aber verschiedener Art sind, während der dritte aus ihnen zusammengesetzt ist, so verhält sich das Volumen des schwereren Körpers in der Legierung[2]) zu dem des leichteren wie die Differenz der Gewichte zwischen der Legierung und dem leichteren Hilfskörper zu der Differenz der Gewichte des schwereren Hilfskörpers und der Legierung; in Gestalt einer Formel[3])

$$V_1' : (V_1 - V_1') = (P - P_2) : (P_1 - P).$$

Der zweite Satz lautet: Hat man drei Körper mit gleichem Volumen, von denen zwei einfache, aber verschiedene Substanzen sind, während der dritte aus ihnen zusammengesetzt ist, so ver-

---

$P_1 = V_1 \cdot s_1$, $P_2 = V_1 s_2$, $P_2' = V s_2$. Aus $V = \frac{y}{s_2} + \frac{P - y}{s_1}$ bilde $V s_2 = P s_2 : s_1 + y \cdot (s_1 - s_2) : s_1$ oder $y = (P_1 P_2' - P P_2) : (P_1 - P_2)$.

[1]) Aus der Anm. 2 gegebenen Formel findet man $P_1' - P = y (P_1 \quad P_2) : P_2$ oder umgeformt $(P_1 - P_2) : P_1 = (P_1' - P) P_2 : P_1 \cdot y$.

[2]) corporis mixti.

[3]) Es ist $P_1 = V_1 \cdot s_1$; $P_2 = V_1 \cdot s_2$; $P = V_1' s_1 + (V_1 - V_1') s_2$. Entwickelt man daraus den Wert von V_1' und bildet $V_1 - V_1'$, erhält man durch Division obiges Resultat.

hält sich die Komponente des schwereren zu der des leichteren Körpers wie der Quotient aus der Differenz des Gewichtes der Legierung und des leichteren Hilfskörpers zum leichteren Hilfskörper, zu dem Quotienten aus der Differenz des schwereren Hilfskörpers und der Legierung zum schwereren Hilfskörper; d. h.[1])

$$x : y = (P - P_2) : P_2 : (P_1 - P) : P_1.$$

ʿOmar al Chajjâmî nahm zur Bestimmung der Komponenten einer Legierung drei Wägungen vor. Zuerst bestimmte er von reinem Golde das Luft- und Wassergewicht, dann von einer Menge reinen Silbers und zuletzt von dem Stück eines Metalles, von dem er feststellen will, ob es reines Gold oder Silber oder beide Metalle enthält. Wie er dann diese Größen benützte, ist noch nicht publiziert; sein Verfahren dürfte dem des Menelaus[2]) analog gewesen sein.

Hierher gehört auch eine Aufgabe, die Elia Misrachî stellt und beantwortet. „Bringt man dir eine Kugel, die aus Silber und Gold gemischt ist, wie weiß man dann, wieviel Gold und Silber sie in ihrem Inneren enthält, ohne daß du mit dem Prüfstein prüfst?“

Zur Beantwortung dieser Frage muß man nur den Durchmesser und das Kugelgewicht kennen. Wäre nämlich die Kugel aus reinem Golde, wäre ihr Gewicht P_1, aus Silber wöge sie P_2; ihr wirkliches Gewicht ist P. Da P_1P_2P Gewichte gleicher Volumina sind, gilt

$$x = (P - P_2) : (P_1 - P_2) = (P - P_2) : 2([P_1 + P_2] : 2 - P_2).$$

Die zweite Form des Resultates drückt der Autor in seinem Werk mit folgenden Worten aus: „Du nimmst die Länge ihres Durchmessers und erhältst daraus ihr Gewicht (I), wenn sie ganz aus Gold wäre. Nun bestimme ihr Gewicht, wenn sie ganz aus Silber wäre (II). Beide Beobachtungen addieren wir und nehmen die Hälfte. Das ist das Gewicht der Kugel, wenn die eine Hälfte aus Gold, ihre andere aus

[1]) Man dividiere die Formeln des Menelaus und des Nairîzî (S. 68 und 69) oder setze für x und y die entsprechenden Werte ein, $x = V_1's_1$; $y = (V_1 - V_1')s_2$, so wird obige Gleichung identisch erfüllt.

[2]) Vgl. S. 68.

Silber bestände (III). Hierauf wägen wir die Kugel (IV). Dann nehmen wir den Unterschied zwischen III und II und merken ihn uns (V). Auch nehmen wir den Unterschied II und IV (VI). Aus diesen Angaben können wir ermitteln, wieviel Gold in dieser Kugel enthalten ist."

Dazu gibt er ein Zahlenbeispiel. Die zu untersuchende Kugel hat einen Durchmesser, der 7mal so groß ist wie die Kante des Einheitswürfels[1]) aus Gold. Ihr Gewicht ist 120 Dirh. $P_1 = \frac{11}{21} \cdot 7^3 = 179\frac{2}{3}$ Dirh. $P_2 = 179\frac{2}{3} \cdot \frac{54}{100} = 97{,}02$ Dirh. $P =$ 120 Dirh., $P - P_2 = 22{,}98$ Dirh., $P_1 - P_2 = 82{,}65$ Dirh., $x = 766 : 2755$ für die Gewichtseinheit[2]); der Goldgehalt der Kugel ist 33,37 Dirh.

Gegenüber Menelaus, dessen Methode Misrachî benützt, besteht kein Fortschritt, denn er beschränkt sich auf spezielle Körper, während Menelaus jeden beliebig gestalteten untersuchte.

2. Das archimedische Prinzip verwandte man in doppelter Weise zur Untersuchung von Legierungen. Entweder bestimmte man außer den Luftgewichten die Wassergewichte der reinen Metalle oder man benützte geeichte Wagen, wobei eine oder zwei Schalen in die Flüssigkeit tauchten. Das Gleichgewicht wurde mittels Laufgewicht oder der verschiebbaren Schale hergestellt. (Cf. S. 55.) Nach al Châzinî bestimmte Archimedes mit der beschriebenen für Gold und Silber geeichten Wage die Komponenten dadurch, daß er die Legierung mit Silber in der Luft abglich und die belasteten Schalen in das Wasser senkte. Die Marke, bis zu der man das Laufgewicht verschieben muß, um wieder Gleichgewicht zu erhalten, gibt das Gewicht des Goldes in der Legierung „entsprechend dem Zeichen"[3]) (= Marke).

[1]) Vgl. S. 88.

[2]) In die Rechnung des Autors hat sich ein Rechenfehler eingeschlichen, er findet $x = 432 : 1327$.

[3]) Die Legierung bestehe aus $P_1 + P_2 = V_1 s_1 + V_2 s_2$. Der Wagbalken habe die Länge a, das Laufgewicht sei m und stelle im Abstand b vom Mittelpunkt Gleichgewicht her. Nach dem Eintauchen gilt:

$$V_1(s_1 - 1) + V_2(s_2 - 1) = mb : a + (V_1 s_1 + V_2 s_2((s_2 - 1) : s_2 \text{ d. h.}$$

$$V_1(s_1 - s_2) = bms_2 : a \text{ oder } P_1 = bms_1 s_2 : (s_1 - s_2)a.$$

Ähnlich verfährt Mânâtius. Die Legierung wird in der Luft mit Silber in Gleichgewicht gebracht, die Schalen eingetaucht und die Silberschale verschoben. Die erreichte Marke gab das Verhältnis von Gold zu Silber in der Legierung an.

Menelaus verwandte eine Wage mit gleich langen Wagbalken. Zur Bestimmung der Komponenten nimmt er von Gold und Silber gleiche Luftgewichte, $P_1 = P_2$ und zwar von der Größe der Legierung P. Ferner bestimmte er die Wassergewichte W, W_1 und W_2. Dann ist nach ihm[1])

$$x = P \cdot (W - W_2) : (W_1 - W_2).$$

Die Kenntnis, daß Gold im Wasser das Silber im Wasser um $\frac{1}{20}$, d. h. 3 Drachmen übertrifft, wird im Gedicht de ponderibus et mensuris benützt, um den Goldgehalt einer Legierung zu bestimmen. Fannius schreibt (V. 148–155): „Nimm das Gold, dem ein Teil Silber zugemischt ist und das gleiche Gewicht reinen Silbers und wäge es unter Wasser. Das Gewicht des Goldes wird größer sein und den Betrug erkennen lassen. Denn wenn das Silber um 18 Drach. übertroffen wird, kann man sagen, daß nur 6 ℔ Gold darin ist, der Rest ist Silber, weil das Silber mit dem Silber sich unter Wasser ausgleicht."

In der mappae clavicula liest man[2]): „Wenn du irgendein aus Gold gebildetes Werk vor dir hast, dem Silber beigemischt scheint, und du willst wissen, wieviel Gold und Silber darinnen ist, nimm Silber oder Gold und mache Körper vom Gewicht der Legierung, lege sie auf die Wage und senke sie in Wasser. Hast du Silber genommen, wird die Legierung schwerer sein, wenn Gold, wird das Gold schwerer sein als die Legierung."

Dabei muß die in der mappae clavicula enthaltene Angabe

[1]) Da das Wassergewicht der Legierung gleich der Summe der Wassergewichte der Komponenten ist, und $P = P_1 = P_2$, gilt:

$W = x \cdot W_1 : P + (P - x) W_2 : P$ oder $x = P \cdot (W - W_2) : (W_1 - W_2)$.

Wir werden dieser Formel in den folgenden Ausführungen noch öfter begegnen.

[2]) M. Berthelot l. c. S. 169. Denselben Text gibt V. Rose in dem zweiten Anhang zu Vitruv S. XXVIII, nur mit dem Unterschiede, daß statt 11 den, 12 den. steht. Vgl. S. 14 dieser Abh.

benützt werden, daß das Gold im Wasser das Silber um $\frac{1}{24} + \frac{1}{240}$ d. h. um 11 den. übertrifft[1]).

Der Unterschied zwischen der Methode des Menelaus und der in den beiden letzten Werken gezeichneten besteht darin, daß Menelaus die Wassergewichte selbst einführt, während die anderen Autoren mit dem Gewichtsverlust im Wasser rechnen.

Das Verfahren des al Râzî, mit seiner geeichten Wage Legierungen zu prüfen, bestand wie bei Mânâtîus darin, die Legierung in Luft mit Silber abzugleichen. Dann wurden beide Schalen eingetaucht. Die Marke, bis zu der man die bewegliche Goldschale verschieben mußte, gab das gesuchte, empirisch festgestellte Verhältnis[2]).

Im Anschluß an Menelaus gibt al Châzinî noch eine wie er sagt „leichtere" Methode zur Berechnung der Bestandteile. Dazu führt er den auf die Einheit des Luftgewichtes bezogenen Überschuß des Luftgewichtes über das Wassergewicht, ein Fadla, ein, d. h. den auf die Gewichtseinheit bezogenen Auftrieb. Sind die „Fadla" für Gold, Silber und Legierung f_1, f_2, f, die Auftriebe a_1, a_2, a, so ist

$$(f - f_1) : (f_2 - f_1) = (a - a_1) : (a_2 - a_1).$$

„Diese Teile des Silbers werden mit dem Gewicht der Legierung multipliziert und geben den Gehalt der Legierung an Silber." Der Rest ist das Gewicht des Goldes[3])

$$x = P(a_2 - a) : (a_2 - a_1); \quad y = P(a - a_1) : (a_2 - a_1).$$

[1]) Gold, Silber und Legierung haben gleiche Luftgewichte; V_1, V_2, V sind die Verluste gleicher Gewichte. $x = P \cdot (V - V_2) : (V_1 - V_2)$. Diese Formel entsteht, wenn man in der Formel des Menelaus statt W_1, W_2, W einführt $1 - V_1$, $1 - V_2$, $1 - V$.

[2]) Ist die Marke des reinen Goldes b, des reinen Silbers a, für eine Legierung h, wäre die Meinung irrig, daß ha : hb das Verhältnis der Komponenten gibt. Vgl. Th. Ibel S. 157. Der Beweis läßt sich auch so führen. S. Figur S. 49. Der Wagbalken habe die Länge l. Wären gleich große Volumina Gold und Silber in der Legierung, müßte h die Mitte von ab sein. Man drücke Mh zweimal aus: $Mh = (Ma + Mb) : 2 = l(2s_1s_2 - s_1 - s_2) : 2s_2(s_1 - 1)$; ein zweiter Wert ergibt sich aus den Ansatz $(V_1s_1 + V_1s_2)(s_2 - 1) \cdot l : s_2 = [V_1(s_1 - 1) + V_1(s_2 - 1)] \cdot Mh$. Setzt man beide Werte für Mh einander gleich, entsteht $s_1^2 + s_2^2 = 2s_1s_2$ oder $s_1 = s_2$, ein Widerspruch gegen die Annahme $s_1 > s_2$.

[3]) Setzt man in der Formel des Menelaus $W_1 = 1 - a_1$, $W_2 = 1 - a_2$, $W = 1 - a$, entsteht die obige Formel.

Einer anderen Methode gibt al Châzinî den Namen: „Die Methode des Ausgleiches“ (Taʿdîl). Er nimmt von Gold und Silber gleiche Luftgewichte, $P_1 = P_2$ und ermittelt ihre Wassergewichte W_1 und W_2. Der Legierung entspreche P und W. Einer Goldmenge P entspricht das Wassergewicht $\xi_1 = P \cdot W_1 : P_1$, der Silbermenge P aber $\eta_1 = P \cdot W_2 : P_1$ die Differenz $f = \xi_1 - \eta$, ist al Faḍla, $W - \eta_1 = \vartheta_1$, das Taʿdîl (Ausgleichung) des Goldes. Aus $x : P = \vartheta_1 : f$ folgt nach Einsetzung der Werte

$$x = P(W - \eta_1) : (\xi_1 - \eta_1) = (P_1 W - P W_2) : (W_1 - W_2).$$

Macht man noch $P_1 = P$, wird $x = P(W - W_2) : (W_1 - W_2)$.

Daran schließt sich das Verfahren mittels des Auftriebs und des Miʿjâr (Eichgewicht). Das Miʿjâr dient zur Kompensierung des Auftriebes. Diese Bezeichnung kommt nur an dieser Stelle vor. Gleiche Luftgewichte von Gold und Silber werden abgewogen und in das Wasser getaucht. Für Gold, Silber und Legierung sind zur Kompensierung nötig die Gewichte b_1, b_2, b; $\xi_1 = P b_1 : P_1$; $\xi_1 = P \cdot b_2 : P_1$; $\xi_1 - \eta_1 = f$; $b - \eta_1 = \vartheta_1$

$$x = (P_1 b - P b_2) : (b_1 - b_2) \text{ und wenn } P_1 = P \text{ wird}$$
$$x = P(b_1 - b_2) : (b_1 - b_2).$$

Auch mittels Rechnung werden die Komponenten gesucht. Es ist $\xi_1 = x \cdot W_1 : P_1$; $\eta_1 = (P - x) W_2 : P_2$. Die Summe der Wassergewichte der Teile muß dem Wassergewicht der Legierung gleich sein

$$x = P_1 (W P_2 - P W_2) : (W_1 P_2 - W_2 P_1).$$
$$\text{Ist } P = P_1 = P_2, \text{ wird } x = P(W - W_2) : (W_1 - W_2).$$

Al Châzinî bestimmt mit der Wage der Weisheit die Größe der Komponenten. Zuerst beschreibt er die Untersuchung eines Körpers darauf, ob er rein, echt ist, oder eine Legierung[1]), resp. Fälschung darstellt. Er schreibt: „Nachdem wir die beiden Endschalen und die Wasserschale aufgehängt haben, bringen wir die beiden verschiebbaren Schalen auf die Marken der beiden Metalle, die wir in dem Gemisch vermuten. Dann bringen wir die Wage ins Gleichgewicht. Dann wägen wir

[1]) Interessant ist die Bemerkung, daß es sich nur um einfache und binäre, nicht um trinäre Substanzen handelt.

den Körper und bringen ihn in die Wasserschale[2]). Darauf bringen wir die Mitqâl nach der einen verschiebbaren Schale, welche auf der Marke der einen Substanz sich befindet und sehen nach der Wage Bleibt sie im Gleichgewicht, so ist die Substanz rein; bleibt sie nicht im Gleichgewicht, so bringen wir sie in die andere verschiebbare Schale, so bleibt sie dann im Gleichgewicht, so ist die Substanz von der Art, wie sie dieser Marke entspricht."

Bei Legierungen wird keine der beiden Wägungen die Wage ins Gleichgewicht bringen. „Wollen wir bestimmen, aus wieviel sei von jedem der beiden bestehen, so verteilen wir die Mitqâl zwischen den beiden Schalen; geht die rechte Seite in die Höhe, so übertragen wir einen Teil aus der der Zunge näheren Schale in die entferntere; sinkt sie, so bringen wir ihn aus der entfernteren in die nähere. So fahren wir fort, bis die Wage im Gleichgewicht ist. Nachdem dies erzielt ist, bestimmen wir, wieviel in der Schale an der Marke des angenommenen Metalles an Mitqâl ist; gerade so viel ist in dem aus ihm zusammengesetzten Körper und das, was in der anderen ist, entspricht dem Gewicht des Restes. Läßt die Verteilung zwischen beiden Schalen mittels der Mitqâl an Genauigkeit zu wünschen übrig, so nehmen wir ein solches Gewicht mekkanischen Sandes als den Mitqâl entspricht. Ist solcher nicht vorhanden, so vertreten ausgelesene Samenkörner seine Stelle[3])."

---

[2]) Aus einer früheren Bemerkung geht hervor, daß die Wirkung der beiden Schalen an dem rechten Wagebalken durch Gewichte auf der linken Endschale oder sonstwie ausgeglichen worden sind. Da hier die Schalen eine feste Lage behalten, ist es nicht nötig sie wie bei der Feststellung der Marken durch eine verschiebbare Schale zu kompensieren.

[3]) Die Richtigkeit seiner Darlegung läßt sich durch Rechnung zeigen. Besteht die Legierung aus Gold ($x = V_1 s_1$) und Silber ($y = V_2 s_2$), gilt $P = V_1 s_1 + V_2 s_2 = x + y$. Werden die Mitqâl so lange variiert, bis Gleichgewicht eintritt, gilt $l \cdot |V_1(s_1 - 1) + V_2(s_2 - 1)| = x \cdot l_1 + y \cdot l_2$ oder wenn man V_1 und V_2 ersetzt durch $\frac{x}{s_1}$, $\frac{y}{s_2}$, hat man $l \cdot \left[x \cdot \frac{s_1 - 1}{s_1} + y \cdot \frac{s_2 - 1}{s_2} \right] = x l_1 + y l_2$. Nun stellt nach S. 57 der Ausdruck $\frac{l \cdot (s_1 - 1)}{s_1}$ die beim Eichen gefundene Länge l_1, analog $\frac{l \cdot (s_2 - 1)}{s_2}$ l_2 dar, die Gleichung ist somit identisch erfüllt.

Aus den obigen Entwicklungen ergibt sich, daß von Menelaus und seinen Nachfolgern wohl so gut wie alle möglichen Methoden behandelt worden sind, um die Zusammensetzung von Legierungen aus ihren Komponenten zu ermitteln.

Von den arabischen Gelehrten beeinflußt zeigt der Verfasser der pseudoplatonischen Abhandlung einen Weg, wie man ohne die Legierung zu verletzen, die Größe der Bestandteile vermittelt, doch erwähnt er keinerlei Quellen.

Dabei geht er von der Voraussetzung aus, daß wenn man einen Goldkörper in Luft und Wasser wägt, das Verhältnis dieser Gewichte 21 : 20, für einen Silberkörper 11 : 10 ist; oder $P_1 : W_1 = 21 : 20$; $P_2 : W_2 = 11 : 10$ oder in anderer Form $P_1 - W_1 = W_1 : 20$; $P_2 - W_2 = W_2 : 10$[1]). Aus der Lektüre seiner Vorgänger weiß er, daß sie Hilfskörper herstellten. Weil aber deren Herstellung mit Schwierigkeiten verbunden ist und nicht jedermann die erforderlichen Quantitäten der Metalle zur Verfügung stehen, strebt er nach einem leichteren Weg, der darin besteht, daß er von den beiden Komponenten der Legierung beliebige Mengen in Luft und Wasser wägt und die Differenz der Gewichte ermittelt. Ist diese etwa 1/W des Wassergewichtes, so bleibt dieses Verhältnis bestehen, mag der gewogene Körper groß oder klein sein. Der Verfasser bezieht also die in Rechnung stehenden Größen auf das Wassergewicht statt auf das Luftgewicht, ein Fehler, der nur deshalb sich nicht so sehr geltend macht, weil es sich um Metalle von hohem spez. Gewicht handelt.

Nach seiner Annahme ist $\varphi = 1 : s_1 = 1 : 20$, $\varrho = 1 : s_2 = 1 : 10$; $\mu = 1 : s$.

Der Wert von μ bewegt sich also in den Grenzen 1 : 20 und 1 : 10. Sind in der Gewichtseinheit y Teile Silber, 1 − y Teile Gold, stellt $\omega = y : 1 - y$) das Verhältnis von Silber zu Gold dar. y läßt sich durch φ, ϱ und μ ausdrücken.

$$\omega = (\mu - \varphi) : (\varrho - \mu).$$

[1]) In der Abhandlung spricht er von Blei und Silber, seine Zahlen zeigen aber, daß er Gold und Silber meint.

Wenden wir uns zu den Leistungen des Abendlandes, so finden sich bei Galilei Arbeiten, die die eben geschilderten Methoden benützen. Dabei mag es dahingestellt sein, ob er nicht von den früheren Untersuchungen auf diesem Gebiet Kenntnis gehabt hat. Wir wissen aus Ġaffarî, der pseudoplatonischen Abhandlung sowie aus Misrachî, daß man in Konstantinopel sich viel mit solchen Fragen beschäftigte, auch standen manche ottomanische Herrscher mit italienischen Künstlern in Beziehung, ganz abgesehen von den vielen Handelsbeziehungen zwischen den italienischen Städten und dem Orient.

G. Galilei stellt mit seiner geeichten [1]) Wage, der Bilancetta, durch eine doppelte Wägung fest, wieviel in einer Legierung Gold und Silber enthalten ist. Zuerst wägt er die Legierung in Luft; dann taucht er den gemischten Körper unter Wasser, wobei er zur Erzielung von Gleichgewicht das Laufgewicht bis zum Punkte G, der zwischen E und F liegt, hereinschieben muß.

Er sagt dann: FG : EG gibt das Verhältnis der Gold- zur Silberkomponente der betr. Legierung. Aus den Gleichungen $x + y = P$; $x : y = FG : EG$ kann er die einzelnen Größen berechnen. Die Behauptung ist richtig [2]).

Es handelt sich nur noch darum, das Verhältnis FG : EG genau anzugeben. Zu diesem Zweck umwickelt Galilei nachher die Wagarme mit dünnen, gleichmäßigen Drähten aus Stahl und Messing, damit man nur die Windungszahl der genannten Strecken abzuzählen braucht. Er empfiehlt mit einem kleinen Messer über die Windungen hinzustreichen, um so die Anzahl ohne Augentäuschung festzustellen. Wieviele Windungen auf EF liegen, läßt sich aus einem Beispiel, das er gibt, ersehen; er nimmt an, das Verhältnis sei 40 : 21; es waren also 61. Vergrößert man die Anzahl, wird die Messung noch genauer. Warum er zweierlei Drähte verwendet, sagt Galilei nicht. In einem Anhang, der von Domenico Mantovani der Bilancetta

---

[1]) Vgl. S. 62.

[2]) Man hat die Gleichungen $EC = AC\,(s_1 - 1) : s_1$; $FC = AC\,(s_2 - 1) : s_2$; $GC = AC \cdot (V_1' \cdot s_1 + V_2' \cdot s_2 - V_1' - V_2') : (V_1' s_1 + V_2' \cdot s_2)$. Bildet man GF und EG und stellt den Quotienten her, findet man $FG : EG = V_1' \cdot s_1 : V_2' \cdot s_2 = x : y$.

beigegeben ist, wird mitgeteilt, daß immer je 10 Windungen der Drähte abwechselten, um das Zählen zu erleichtern[1]).

B. Castelli hatte sich, wie dargelegt[2]), „Indices“ für je 1 Unze Gold hergestellt. War nur eine aus Silber und Gold bestehende Legierung zu prüfen, wog er eine Silbermenge ab, die der Legierung Gleichgewicht hielt. Beide Schalen werden in Wasser getaucht. Muß man n Indices für 1 Unze Gold zulegen, um das Gleichgewicht herzustellen, sind in der Legierung n Unzen Gold. Der Rest ist Silber. Auch mittels der ungleicharmigen Wage erhält er die in einer Legierung enthaltene Goldmenge. Er gleicht wie im vorigen Falle in Luft mit Silber ab. Taucht er beide Wagschalen in Wasser ein, muß er das Laufgewicht G bis zu einer gewissen Marke verschieben. Gemäß der vorgenommenen Eichung[3]) gibt die Marke die Anzahl der Unzen Gold an, die im Gemische vorhanden ist.

V. Viviani setzt voraus[4]), daß man die spezifischen Gewichte der Bestandteile der Legierung kennt, „dann ergibt sich die Anwendung auf Legierungen ohne weiteres“[5]). Die benützte Wage mit verschiebbarer Schale muß aber sehr genau sein und Bruchteile eines Granes angeben. Wie die Bestimmung des Gold- und Silbergehaltes geschieht, wird nicht angegeben. Leider finden sich keine Angaben darüber, ob die damaligen Gelehrten wirklich so feine Wagen besaßen, oder ob es sich bei Viviani nur um die Idee zu einer solchen Methode handelt.

Schließlich seien noch die Angaben von Olaf Römer (1644 – 1710) erwähnt, wenn er auch nicht mehr der von uns behandelten Zeit angehört. Er benützte eine Wage, die er Wasserwage nennt, da er eine Schale in Wasser senken konnte. Aus der Beobachtung, daß die Gewichtsverluste für die Art der Legierung charakteristisch sind, sucht er nach einem Gesetz, wie

[1]) L. c. S. 296. [2]) Vgl. S. 64. [3]) S. 65. [4]) S. 66.

[5]) Der Wagbalken habe die Länge a, die Luftschale wird bis auf den Abstand b hineingeschoben. Gleicht man mit Gold ab, gilt $P \cdot a = V_1 \cdot s_1 \cdot c = (x+y)c = (V_1' \cdot s_1 + V_2' \cdot s_2)c$; $P \cdot b = c[V_1'(s_1 - 1) + V_2'(s_1 - 1)]$, somit $x = Ps_1\left(1 - \frac{a-b}{a} s_2\right) : (s_1 - s_2)$; $y = Ps_2\left(\frac{a-b}{a} s_1 - 1\right) : (s_1 - s_2)$. Die Rechnung bleibt wesentlich dieselbe, wenn man mit Silber ausgleicht.

diese Verluste ab- oder zunehmen und findet, daß sie eine arithmetische Reihe bilden. Er zeigt das an einem Beispiel[1]), bei dem er 100 g Blei und 100 g Zinn verwendet. Blei hat das Volumen 8,8417, Zinn 13,6612[2]). Er nennt einen Körper 16 lötig, wenn er ganz rein ist; mischt er 15 Teile Zinn mit 1 Teil Blei, hat er das Volumen 13,3600. So läßt er das Zinn abnehmen und die Bleiteile zunehmen; den drei letzten untersuchten Kombinationen entsprechen die Volumina 9,44; 9,14; 8,84[3]). Die Differenz der Reihe ist 0,30. Rechnet man zwei Werte aus, so kann man sofort eine Tabelle aufstellen. Die Größe der Komponenten berechnet Römer nach der Mischungsregel. An einem Beispiel erläutert er sein Verfahren. Zwei Angaben muß man kennen, das Luft- und Wassergewicht der Legierung.

Eine Gold-Kupferlegierung wiegt in Luft 855, in Wasser 800. Das Volumen ist also 55. Wäre der Körper aus Gold, so wäre der Verlust im Wasser 45, bestünde er aus Kupfer 95. Also enthält der Körper mehr Gold als Kupfer.

Die Differenzen der Gewichtsverluste im Wasser, nämlich 40 und 10 geben das Verhältnis von Gold zu Kupfer an, 4:1; sind in 5 Teilen Legierung 4 Teile Gold, sind in 855 684 Teile Gold und 171 Teile Kupfer[4]).

Analog behandelt er eine Legierung aus Gold und Silber.

Aus berechneten Tabellen verspricht er sich genauere Werte, als sie mittels der Wage ermittelt werden können. Er sagt: „Vergebens sinnt man über eine Wage nach, welche diesen Anforderungen entspräche; man müßte je den Arm pro lötig in tausend Teile teilen“[5]).

In einer Tabelle stellt Römer unter Anwendung der genaueren Werte der spez. Gewichte die eintretenden Verluste für Gold, Silber und Kupfer zusammen, wenn man ein Luft-

[1]) Adversaria S. 12.

[2]) Mehr Dezimalstellen zu nehmen, als die Genauigkeit der Beobachtung gestattete, war damals allgemein üblich.

[3]) Die beiden letzten Stellen werden vernachlässigt.

[4]) Römer verfährt genau so wie al Dîn in der Pseudoplat. Abhandlung. Wendet man die S. 76 angeführte Formel für obiges Beispiel an, so wird $\omega = \frac{1}{4}$.

[5]) Adversaria S. 17.

gewicht von 100000 zugrunde legt. Dabei ist reines Gold 24karätig, reines Silber 16 lötig entsprechend der modernen Bezeichnung 1000 fein. Die erste Kolumne bezieht sich auf Gold und Silber, die zweite auf Gold und Kupfer, die dritte auf Silber und Kupfer. Die voranstehenden Zahlen 0- 24, resp. 0—16 zeigen an, wieviel karätig die Legierung ist[1]).

	I	II		III
0	9572	11161	0	11160
3	9028	10418	2	10962
6	8484	9675	4	10764
9	7940	8933	6	10565
12	7395	8190	8	10366
15	6851	7447	10	10168
18	6307	6704	12	9969
21	5763	5962	14	9770
24	5219	5219	16	9572

Wir wenden uns nun zu den Methoden, die graphisch aus Beobachtungsdaten die Zusammensetzung einer Legierung finden lassen.

Entsprechend der Methode der Griechen, vielfach arithmetische Größen durch Strecken darzustellen und dann mit diesen Längen zu operieren, ist auch bei der Behandlung der uns interessierenden Fragen vielfach verfahren worden. So schon von Menelaus[2]). Da die von ihm benützte Methode noch nicht publiziert ist, so muß ein Hinweis genügen.

Wohl im Anschluß an Menelaus haben al Chajjâmî[3]) u. a. ihre Entwicklungen gegeben. Dieser setzt bei seinen Ausführungen voraus, daß das Verhältnis des Luft- und Wassergewichtes von Gold, resp. Silber 21 : 20, bezw. 11 : 10 ist. Zur Bestimmung der Größe der Komponenten einer Legierung schlägt er folgenden geometrischen Weg ein. (Cf. Figur 16.) Es sind gegeben das Luftgewicht gd und das Wassergewicht ab einer Legierung. Der Punkt r teilt das Luftgewicht so, daß gr das in der Legierung enthaltene Silbergewicht, rd das Goldgewicht darstellt, während

[1]) 9572 ist das Volumen des reinen Silberkörpers, $= 100000 : 10{,}45$; der Goldkörper hat das Volumen $100000 : 19{,}16$. Die drei Reihen sind arithmetische mit den Differenzen 544; 743; 198. Zeigt z. B. eine Legierung vom Gewicht 100000 einen Verlust von 7940, sind von 24 Teilen 9 Teile Gold und 15 Teile Silber, denn $9572 \cdot 15 : 24 + 5219 \cdot 9 : 24 = 7940$.

[2]) Vgl. S. 26. [3]) E. Wiedemann, Beiträge XV, 113.

ab durch e so geteilt wird, daß ae das Wassergewicht des Silbers, eb das des Goldes gibt. Wäre rd auch Silber, entspräche ihm das Wassergewicht eh. Da bei einer Substanz die Luftgewichte sich wie die Wassergewichte verhalten, gilt ae : eh = gr : rd oder ae : ah = gr : gd, ah = ae · gd : gr = 10 gd : 11. Da gd gegeben ist, kennt man auch ah und damit bh. Multipliziert man die Gleichungen rd : eb = 21 : 20 und eh : rd = 10 : 11, entsteht eb = 22 eh : 21 oder eb = 22 bh, folglich eh = 21 bh.

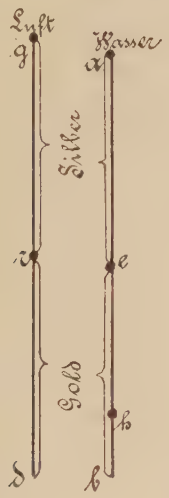


Fig. 16.

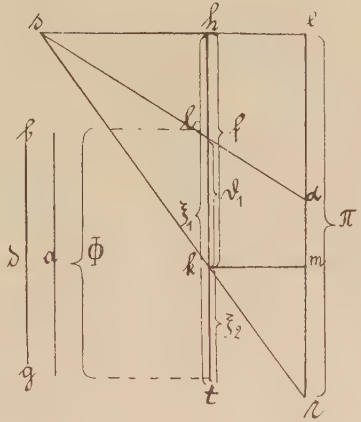


Fig. 17.

Al Chajjâmî gibt hierzu ein Zahlenbeispiel. Das Luftgewicht einer Legierung beträgt $10\frac{3}{4}$ Mitqâl, das Wassergewicht 10 M.

$$ah = 10 \cdot 43 : 11 \cdot 4 = 215 : 22\,;\quad eb = 22 \cdot 5 : 22 = 5\,;$$
$$rd = 5 \cdot 21 : 20 = 5\tfrac{1}{4}\text{ M.}\,;\quad rg = 5\tfrac{1}{2}\text{ M.}\,^{1})$$

Al Châzinî gibt in seiner „Wage der Weisheit“ [2]), einen geometrischen Beweis für das, was er in rechnerischen Operationen niedergelegt hat. (Cf. Figur 17.)

Die Strecke er stellt das Luftgewicht einer Legierung vor; ht das Wassergewicht, wenn der Körper reines Gold wäre,

[1]) Genau so wie rd läßt sich rg direkt finden. Man betrachte rg als Gold; gd = 21 hb : 20, hb = 20·43 : 21·4 = 215 : 21; ah = 5 : 21, ae = 5. Luftgewicht 5·11 : 10 = $5\frac{1}{2}$ M.

[2]) E. Wiedemann, Beiträge XV, 122.

kt, wenn er aus Silber bestände. Ein Vergleichskörper aus Gold und ein gleich schwerer aus Silber sind ihrem Gewicht nach durch die Strecke a dargestellt, während die ihnen entsprechenden Wassergewichte durch gb und gd gegeben sind. Dann gilt nach früheren Ausführungen $\xi_1 = gb \cdot er : a$; $\eta_1 = gd \cdot er : a$; $\xi_1 - \eta_1 = f$ (al Faḍla). lt stellt das Wassergewicht der Legierung vor, $lk = W - \eta_1$. Ein Punkt α teilt er so, daß αr das Gewicht des Goldes, αe das Silbergewicht in der Legierung angibt. Schneiden sich die Linien al und kr in s, folgen aus der Ähnlichkeit der Dreiecke slh und seα, skl und srα die Gleichungen

$lk : r\alpha = sl : s\alpha$; $hl : e\alpha = sl : s\alpha$, oder $lk : r\alpha = hl : e\alpha$.

Daraus ergibt sich $(hl + lk) : lk = (e\alpha + r\alpha) : r\alpha$; $r\alpha = er \cdot lk : hk$; $e\alpha = er \cdot hl : hk$[1]).

Auch von O. Römer rührt eine Methode her, auf graphischem Wege das Gewichtsverhältnis der Komponenten einer Legierung zu bestimmen[2]). Verliert nämlich ein Körper im Wasser $\frac{1}{5}$, ein zweiter $\frac{1}{2}$ seines Gewichtes im Wasser, so verliert die Legierung, deren Zusammensetzung in der 1. Kolumne steht, soviel, wie die 2. Kolumne folgender Tabelle angibt.

$0 + 100$	$0 + 50 = 50$
$10 + 90$	$2 + 45 = 47$
$20 + 80$	$4 + 40 = 44$
⋮	⋮
$100 + 0$	$20 + 0 = 20$

Die Tatsache, daß die Gewichtsverluste eine arithmetische Reihe bilden, verwertet Römer in nachstehender Weise. (Cf. Figur 18.) Er zeichnet ein Rechteck, dessen Seite AB und CD die gleichen Luftgewichte zweier reiner Metalle darstellen. Das eine verliere im Wasser die Hälfte, das andere $\frac{1}{5}$ seines Gewichtes. Halbiert man AB in E, stellt AE den Verlust dar, analog ist FD ein Bild des Verlustes des zweiten Metalles. Die Seitenlinien AC und BD kann man in beliebig viele Teile zerlegen, z. B. in 100. Beobachtet man bei einer Legierung

[1]) Setzt man die diesen Strecken entsprechenden Worte ein, findet man $ra = x = P(W - \eta_1) : (\xi_1 - \eta_1) = P(W - PW_2 : P_1) : (PW_1 : P_1 - PW_2 : P_1)$. Für $P = P_1$ entsteht die früher gefundene Gleichung $x = P(W - W_2) : (W_1 - W_2)$.

[2]) Advers. S. 198 ff.

den Verlust GD, zieht man durch G eine Parallele zu ED, welche AF in K trifft; eine Parallele durch K zu AB gibt auf den Seitenlinien das Gewichtsverhältnis der Bestandteile an[1]).

Die Strecke KL gibt den Gesamtverlust, da GD = KL. Aus den ähnlichen Dreiecken ABD und MND sowie ACD und AIM ersieht man, daß MN halbiert, IM im Verhältnis 4 : 1 geteilt ist.

Bei allen bisher behandelten Legierungen handelte es sich um solche mit zwei Komponenten. Nur für solche ist es möglich, aus der Bestimmung der spez. Volumina die Zusammensetzung zu ermitteln; für sie stehen uns zur Bestimmung der beiden Unbekannten x und y die beiden Gleichungen zur Verfügung

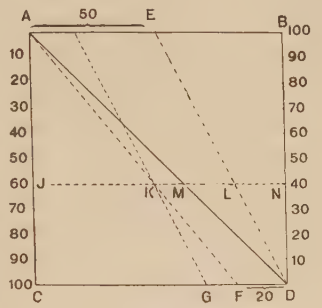


Fig. 18.

$$x + y = P \text{ und } \frac{x}{s_1} + \frac{y}{s_2} = \frac{P}{s}.$$

Bei drei Komponenten haben wir ebenfalls nur zwei Gleichungen

$$x + y + z = P \text{ und } \frac{x}{s_1} + \frac{y}{s_2} + \frac{z}{s_3} = \frac{P}{s}.$$

Daher ist es unmöglich, für sie in analoger Weise die Zusammensetzung zu finden.

Nichtsdestoweniger hat, wie wir aus der Schrift im Eskurial und aus arabischen Angaben wissen, Menelaus versucht, das Problem zu lösen[2]). Schon die arabischen Ge-

[1]) Verliert z. B. die Legierung 32 = GD, geht die Parallele zu AB durch 60, das Mischungsverhältnis ist also 60 : 40 oder 3 : 2.

[2]) Herr Prof. E. Wiedemann denkt später die betreffende Stelle nebst einer Diskussion zu publizieren.

lehrten erkannten aber diesen Fehler[1]) und al Chajjâmi[2]) erklärt ausdrücklich, daß das falsch ist, was hiervon auf einige der Alten zurückgeführt wird. Ebenso wendet sich al Châzinî[3]) gegen diese Darlegungen des Menelaus, die er selbst las, mit dem Urteil, daß sie keine Resultate geben. Er gebraucht die scharfen Worte: „Wer von einer Trennung von drei Metallen voneinander spricht, dessen Arbeit ist Täuschung und er begeht darin eine Falschheit und dies ist erst recht der Fall bei mehr als drei Substanzen, da hier noch zahlreichere verschiedene Fälle eintreten können.“ Al Châzinî begründet sein Urteil. Er denkt sich einen Körper, der aus drei Substanzen gemischt ist, deren Marken auf dem Wagbalken bekannt sind. Um die Größen der Bestandteile zu bestimmen, verfährt er genau so, wie er es bei zwei Substanzen getan hat. Nachdem das Luftgewicht festgestellt ist, legt er die Legierung in den Richter, stellt die drei Wagschalen der rechten Seite auf die Marken der drei Bestandteile und verteilt wie früher die Gewichte so lange, bis Gleichgewicht eintritt. Die Meinung, man hätte jetzt die Größen der Komponenten ermittelt, ist irrig, denn man kann aus den beiden äußeren Schalen soviel Gewichte in die mittlere bringen, daß das Gleichgewicht nicht gestört wird, wie auch umgekehrt aus der mittleren Gewichte in die beiden äußeren legen, ohne daß der Balken sich neigt, wenn nur die Mengen den Entfernungen der extremen Schalen vom Mittel-

[1]) Menelaus sagt: ‚Wir haben zu diesem Kunstgriff Kapitel geschrieben, welche es ermöglichen, daß man die Menge eines jeden aus zahlreichen zusammengemischten Körpern kennen lernt, ohne daß man den einen oder den anderen trennt.‘ In der im Eskurial vorhandenen arabischen Übersetzung ist dieser Teil der Untersuchungen von Menelaus vollständig erhalten. Aus diesem Irrtum darf man ebensowenig schließen, daß diese Schrift dem Menelaus abgesprochen werden muß, wie man die dem Euklid zugeschriebene Katoptrik ihm deshalb nicht abspricht, weil er die Lage des Brennpunktes in einem Hohlspiegel nicht richtig festlegte. Solche Irrtümer finden sich in den Werken der größten Gelehrten, die sich zuerst mit neuen Problemen beschäftigen und erst späteren Gelehrten ist es vorbehalten, sie auszumerzen.

[2]) Th. Ibel S. 113.

[3]) Th. Ibel S. 146. 149. E. Wiedemann, Beiträge XV, S. 110.

punkt umgekehrt proportional sind. Es gibt also unendlich viele Lösungen. Interessant ist der Hinweis auf die magischen Quadrate. Sollen in 9 Felder 9 aufeinanderfolgende Zahlen eingetragen werden, daß die Summen der Kolonnen und Zeilen und Diagonalen konstant sind, wie 2, 7, 6; 9, 5, 1; 4, 3, 8, so gibt die achtfache mögliche Gruppierung ein Bild der mehrdeutigen Lösung. „Es werden die beiden Enden durch die Kraft der zwischen ihnen in der Mitte stehenden gemischt.“ Noch an einem anderen Beispiel zeigt al Châzinî die Unmöglichkeit die Größe der drei Komponenten einer Mischung eindeutig zu bestimmen. Hat man drei Substanzen verschiedener Preise und will ein Gemisch vom mittleren Preis herstellen, nimmt man solche Mengen der beiden äußeren Substanzen, daß ein Mann (ca. 2 ℔) von ihnen soviel kostet wie ein Mann des Körpers vom mittleren Preis. Solcher Möglichkeiten gibt es viele. Dieselbe Rolle, wie hier Gewicht und Preis, spielen in jenem Fall Volumen und spez. Gewicht[1]).

Also schließt al Châzinî, ist eine Trennung nur bei zwei Substanzen möglich.

Anknüpfend an die Bestimmungen der Gewichte gleicher Volumina verschiedener Körper sind eine große Anzahl von Rechenaufgaben behandelt worden, die wir hier zusammenstellen.

Al Châzinî hat alle gebräuchlichen Metalle unter Zugrundelegung eines Luftgewichtes von 2400 T bezüglich ihrer Gewichtsverluste in Wasser untersucht und seine Resultate in einer Tabelle zusammengestellt mit der Überschrift: „Kanon der Übereinstimmung des Gewichtes in Luft und seiner Verschiedenheit im Wasser“. Die Tabelle ist nur für Gold, Silber und Eisen erhalten. Sie lautet[2]):

Metall	Gold	Silber	Eisen
Luftgewicht (P)	2400	2400	2400
Wassergewicht (W)	2274	2167	2090
Verlust (V)	126	233	310

Kennt man also das Luftgewicht eines dieser Metalle, läßt sich sofort das Wassergewicht angeben und umgekehrt.

[1]) E. Wiedemann, Beiträge XV, 110f.

[2]) E. Wiedemann, Beiträge XV, 117ff.

Nennt man das Luftgewicht eines Metallstückes p_1, sein Wassergewicht w_1, gilt $p_1 : w_1 = P_1 : W_1$.

Al Châzinî stellt sich ferner die Frage, wieviel T Gold, Silber und Eisen sich im Wasser Gleichgewicht halten; er nennt diese Zahlen den Kanon der Gegengewichte des Goldes aus Silber, resp. des Goldes aus Eisen. Er findet[1]), daß 4800 T Gold und 5037 T Silber, 7200 T Gold und 7834 T Eisen sich im Wasser Gleichgewicht halten. Die Verhältnisse 4800 : 5037 und 7200 : 7834 bilden den Kanon der Gegengewichte. Im Anschluß an diese Ausführungen gibt al Châzinî eine Sammlung von 12 Problemen, die in 4 Gruppen zerfallen. Wir wiederholen die Aufgaben und fügen die Lösung bei[2]).

I. Gruppe (1—3).

1. A_1 und A_2 sind im Wasser. Wir bringen A_1 und A_2 in Luft. A_2 sinkt. 10 Mitqâl stellen das Gleichgewicht her; wie groß ist p_1 und p_2?

$$p_1 : p_2 = W_2 : W_1;\ p_1 + 10 = p_2.$$

2. A_1 und A_2 sind im Wasser. A_2 kommt in Luft, sie sinkt. Wir bringen 5 M. in die andere. Gleichgewicht tritt ein; wie groß ist p_1 und p_2?

$$p_1 : p_2 = W_2 : W_1;\ p_2 = (p_1 + 5) W_1 : P;\ p_1 = 5 W_2 : (P - W_1);$$
$$p_2 = 5 W_1 : (P - W_1).$$

3. Dasselbe Problem, nur wird A_1 herausgezogen.

$$p_1 = 5 W_1 : (P - W_1);\ p_2 = 5 W_2 (P - W_2).$$

II. Gruppe (4—6).

4. A_1 und A_2 sind in der Luft; man taucht beide in Wasser, A_1 sinkt; man legt in A_2 10 M. Wie groß ist p_1 u. p_2?

$$p_1 = p_2;\ p_1 W_1 = p_2 W_2 + 10 W_2;\ p_1 = 10 W_2 : (W_1 - W_2).$$

[1]) Die Zahlen sind recht genau. Man findet 5037,01 u. 7833,9.

[2]) Die Voraussetzung aller Aufgaben ist, daß anfangs Gleichgewicht herrscht. A_1, die Goldschale, ist mit dem Luftgewicht p_1 belastet; A_2, die Silberschale, trägt das Luftgewicht p_2. Man beachte, daß stets $p_1 : w_1 = P : W_1$; $p_2 : w_2 = P : W_2$. Sollen die Wassergewichte gleich sein, gibt die Division $p_1 : p_2 = W_2 : W_1$.

5. A_1 und A_2 sind in der Luft; man taucht A_1 in Wasser. A_2 sinkt; man legt in A_1 10 M. Wie groß ist p_1 und p_2?

$$p_1 = p_2;\ p_1 W_1 + 10 W_1 = p_2 P;\ p_1 = 10 W_1 : (P - W_1).$$

6. Dasselbe wird mit A_2 ausgeführt.

$$p_1 = p_2 = 10 W_2 : (P - W_2).$$

III. Gruppe (7—10).

7. A_2 ist im Wasser, A_1 außerhalb. Man bringt A_2 in Luft, man hat 2 Luftschalen. A_2 sinkt; wir legen in A_1 10 M.

$$p_1 = p_2 W_2 : P;\ p_1 + 10 = p_2;\ p_1 = 10 W_2 : (P - W_2);$$
$$p_2 = 10 P : (P - W_2).$$

8.[1]) A_2 ist im Wasser, A_1 in Luft. Dann bringt man A_1 in das Wasser und hat 2 Wasserschalen. A_2 sinkt; man legt 5 M. nach A_1.

$$p_1 = p_2 \cdot W_2 : P;\ (p_1 + 5) W_1 : P = p_1;\ p_1 = 5 W_1 : (P - W_1);$$
$$p_2 = 5 W_1 P : (P - W_1) \cdot W_2.$$

9. A_1 ist im Wasser, A_2 in Luft. Man zieht A_1 heraus, bis man 2 Luftschalen hat. A_1 sinkt. In A_2 legt man 10 M.

$$p_2 = p_1 W_1 : P;\ p_1 = p_2 + 10;\ p_1 = 10 P : (P - W_1);$$
$$p_2 = 10 W_1 (P - W_1).$$

10. A_1 ist im Wasser, A_2 in der Luft; man senkt A_2 in das Wasser und hat 2 Wasserschalen. Die Goldschale sinkt entsprechend 10 M.

$$p_1 \cdot W_1 : P = p_2;\ (p_2 + 10) W_2 : P = p_1 W_1 : P;$$
$$p_1 = 10 W_2 P : (P - W_2) \cdot W_1;\ p_2 = 10 W_2 : (P - W_2).$$

IV. Gruppe (11—12).

11. A_1 ist im Wasser. Man vertauscht die Schalen. A_1 sinkt um 5 M.

$$p_1 \cdot W_1 : P = p_2;\ p_1 = (p_2 + 5) W_1 : P;\ p_1 = 5 W_2 P : (P^2 - W_1 W_2);$$
$$p_2 = 5 W_1 W_2 : (P^2 - W_1 W_2).$$

12. A_2 ist im Wasser. Man vertauscht die Schalen. A_2

---

[1]) Der Text wurde richtig gestellt.

sinkt. Man legt in die gegenüberliegende 5 M. und hat Gleichgewicht.

$$p_1 = p_2 W_2 : P;\quad p_2 = (p_1 + 5) W_1 : P;\quad p_1 = 5 W_1 W_2 : (P^2 - W_1 W_2);$$
$$p_2 = 5 W_1 P : (P^2 - W_1 W_2).$$

Verwendet man neben den Gewichten aus Gold und Silber noch Sangas, d. h. Gewichte aus Eisen, muß man der Tabelle die dem Eisen entsprechenden Werte entnehmen.

In A_1 befinden sich 50 M. Eisen im Wasser. A_2 ist in Luft, in ihr ein Stück Gold. Wie groß ist dieses?

$$p_1 = 50 \cdot 2090 : 2400 = 43 \text{ M. } 3 \text{ D. } 1 \text{ T.}$$

Daran reihen wir Aufgaben aus dem Werk des Elia Misrachi.

Da er nur zwei regelmäßige Körper, Kugel und Würfel, betrachtet, genügt es ihm eine Beziehung ihrer Volumina aufzustellen, wobei er $\pi = 22 : 7$ setzt. Dann gilt nach ihm: Der Kugelinhalt ist $\frac{1}{2}\frac{1}{1}$ des ihm umschriebenen Würfels und der Würfel ist $(1 + \frac{1}{1}\frac{0}{1})$ des Kugelinhaltes. Einen Beweis[1]) gibt er nicht.

Um Metalle miteinander zu vergleichen, stellt er sich Würfel[2]) aus den einzelnen Metallen her, die je 1 Dirham wiegen. Die Gewichte der eingeschriebenen Kugeln berechnet er. Der Radius ist stets die halbe Kantenlänge. Soll er das Gewicht einer Metallkugel angeben, bestimmt er, wohl durch einfache Messung, ihren Radius. Dann bestimmt er, wie oft die Seite l_i des betr. Metallwürfels in dem Durchmesser der Kugel enthalten ist (xmal), bildet x^3 und zieht gemäß der früheren Darlegung $\frac{1}{2}\frac{0}{1}$ von x^3 davon ab, oder er multipliziert mit $\frac{1}{2}\frac{1}{1}$. Als Beispiel berechnet er eine Silberkugel, wobei $2r : l_s = 7$ genommen wird. Dann ist $G_k = \frac{1}{2}\frac{1}{1} \cdot 343 = 179\frac{2}{3}$ Dirh. Hat man nur einen Goldwürfel und will das Gewicht der Silberkugel finden, muß man das Verhältnis der Gewichte gleicher Volumina Silber und Gold kennen, es ist 54 : 100. Ist das Verhältnis des Durchmessers der Kugel zur Kante des Goldwürfels x, wiegt die Silberkugel $x^3 \cdot 74 \cdot 11 : 100 \cdot 21$. Dazu

[1]) Kugel $= \frac{4}{3} r^3 \pi = \frac{4}{3} r^3 \cdot \frac{22}{7} = (2r)^3 \cdot \frac{1}{2}\frac{1}{1} = \frac{1}{2}\frac{1}{1}$ des Würfels von der Kante 2r. Umgekehrt ist Würfel $= \frac{2}{1}\frac{1}{1}$ der Kugel $= (1 + \frac{1}{1}\frac{0}{1})$ der Kugel.

[2]) Der Einheitswürfel aus Gold hatte 0,55 cm Kantenlänge und ein Volumen von 0,16 ccm.

gibt er ein Zahlenbeispiel. Das Verhältnis $2r:l$ sei 8,59, dann ist $G_k = 8{,}9^3 \cdot 54 \cdot 11 : 100 \cdot 21 = 179\frac{2}{3}$.

Nun kehrt er die Aufgabe um und sucht aus dem Gewicht der Kugel den Durchmesser. Man addiert, wie bereits gezeigt, zum Kugelgewicht noch $\frac{10}{11}$ dieses Gewichtes und zieht daraus die dritte Wurzel. Als Beispiel wählt er eine Goldkugel vom Gewicht $179\frac{2}{3}$ Dirh., $\frac{10}{11}$ davon sind $163\frac{1}{3}$, das Würfelgewicht ist 343, die Kante also 7 cm. Besteht jedoch die Kugel aus einem beliebigen Metall und man besitzt nur einen Goldwürfel, so fügt man zum Kugelgewicht noch $\frac{10}{11}$ des Gewichtes hinzu, multipliziert mit 100 und dividiert mit der dem Metall entsprechenden Zahl[1]), zieht aus dem erhaltenen Wert die dritte Wurzel und multipliziert das Resultat mit der Kantenlänge des Goldwürfels, so erhält man den gesuchten Durchmesser[2]). Ein Zahlenbeispiel ist nicht gegeben.

Wir geben noch eine Zusammenstellung der spezifischen Gewichte, die uns aus dem Altertum und Mittelalter überliefert sind.

A. Metalle:

Substanz	Araber	Handwerk	Tartalen[3])	Galilei	Forer	Schwenter	Römer	Neuere Bestimmungen
Gold	19,05	18,26	17	19,5; 18,69	19	18,75	19,16	19,3
Quecksilber	13,56	—	—	—	13,58	15	—	13,6
Blei	11,32	11,81	10; 15[4])	—	11,5	11,6	11,31	11,4
Silber	10,30	10,18	10	10,39; 10,46	10,33	10,4	10,45	8,2
Messing	8,32	—	[8]	—	—	—	—	8,4
Kupfer	8,66	8,69	[6,53][5])	8,73; 8,83	—	9,05	8,96	8,9
Erz	8,57	8,45	—	—	9	—		—
Eisen	7,74	—	6,33[6])	—	8	8,5	—	7,8
Zinn	7,32	7,54	[6,33]	—	7,40	7,5	7,32	7,3
Wachs	0,965	0,96	—	—	0,95	—	0,97	—

[1]) El. Misrachî führt die auf al Bîrûnî zurückgehenden Zahlen abgerundet an. Vgl. S. 19 und 30.

[2]) In Gestalt einer Formel $2r = \sqrt[3]{(G + \frac{10}{11}G)\frac{100}{54} \cdot l_g}$.

[3]) Die eingeklammerten Werte fehlen in der Tabelle.

[4]) Für Blei hat er die extremen Werte eingesetzt.

[5]) Er gewann diese Werte durch Behandlung venetianischer Scheidemünzen, bagatini, die $1\frac{1}{4}$ ♂ Wert haben.

[6]) Eisen und Zinn standen für ihn auf einer Stufe.

B. Edelsteine:

Blauer Jâqût[1])	Roter Jâqût	Granat	Rubin	Diamant	Smaragd
3,93—3,96	3,78—3,85	3,61—3,98	3,53—3,58	3,55	2,75
(4,08)	(3,99)	(3,4—4,3)	(3,9—4,0)	(3,50—3,53)	(2,71—2,76)

Türkis	Beryll	Lapis Lapuli	Topas	Kristall	Chalcedon
2,73—2,76	2,72—3,07	2,69	2,66—2,75	2,63;2,5—2,55	2,61
(2,6—2,8)	(2,67—2,76)		(3,4—3,6)	(2,6)	(2,60)

Perle	Karneol	Koralle	Onyx	Glas	Amethyst
2,60—2,88	2,57—2,59	2,56—2,59	2,50—2,55	2,49	2,23
(2,7)	(2,62)	(2,69)	(2,63)	(2,95)	(2,65)

C. Andere Substanzen:

Email	Perlenschale	Salz	Ton	Elfenbein	Schwarzes Ebenholz	Salzerde
3,93	2,48	2,19	1,99	1,64	1,13	1,11

Hühnerei	Pech	Baqquamholz[2])	Bernstein	Sandarach	Weidenholz
1,04	1,035	0,94	0,85	0,71	0,40

C. Flüssigkeiten.

Wir gliedern diesen Abschnitt in zwei Teile. Zuerst betrachten wir die Angaben über das Verhältnis der Gewichte gleicher Volumina verschiedener Flüssigkeiten, dann gehen wir auf das Aräometer ein.

a) Bestimmung der Gewichte gleicher Volumina.

Verhältnismäßig einfach gestaltete sich die Bestimmung der Gewichte gleicher Volumina, d. h. der spez. Gewichte der Flüssigkeiten. Man brauchte nur dasselbe Gefäß mit verschiedenen Flüssigkeiten ganz oder bis zu einer Marke zu füllen, das Gewicht festzustellen und das Gefäßgewicht in Abzug zu bringen.

Zuerst erwähnen wir die Zahlenangaben in dem Lehrgedicht des Fannius (V. 91—101). Man vermutet, daß er auf alte Quellen zurückgeht. Die Alten erwähnen nach ihm, „daß die verschiedenen Flüssigkeiten ein bestimmtes Gewicht

[1]) Bezüglich dieser und der folgenden Angaben wird verwiesen auf S. 30. 33. 38. 42—45. 60. 63. Die eingeklammerten Zahlen geben die neueren Bestimmungen.

[2]) E. Wiedemann, Beiträge XXXII, 12.

haben“. Weiter heißt es: Ein Sextarius reinen Wassers oder Weines wiegt $1\frac{2}{3}$ ℔, Olivenöl $1\frac{1}{2}$ ℔, Honig $2\frac{1}{2}$ ℔. (Demnach ist $s_o = \frac{9}{10} s_v$; $s_o = \frac{3}{5} s_h$; $s_v = \frac{2}{3} s_h$)[1]). Über den Wert dieser Zahlen äußert sich der Dichter nicht; er stößt sich aber an der Gleichsetzung von Wasser und Wein „denn weder Flußwasser noch Brunnen- oder Quellwasser noch Wein haben dasselbe Gewicht“. Von dem Wein, sagt er, daß er verschieden schwer sei je nach dem Ort des Wachstums und nach dem Alter. Zahlenmäßig ist dieser Unterschied nicht belegt; jedoch beschreibt er das Mittel, mit dem man ihn finden kann[2]), nämlich das Aräometer.

Ferner finden wir Zahlenangaben bei Galen[3]), die von seinen Nachfolgern stets wiederholt werden. Er schreibt: „Honig ist um den vierten und zehnten Teil schwerer als Wein, es hat nämlich dieselbe Menge Honig im Vergleich mit dem Wein $1 + \frac{1}{3}$ seines Gewichts.“ ($s_h = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{10} = 1{,}35\ s_v$, $s_h = 1{,}33\ s_v$). „Im Vergleich mit Öl ist der Honig um die Hälfte schwerer.“ ($s_h = \frac{3}{2} s_o$). „Der Wein ist um den neunten Teil schwerer als Öl.“ ($s_v = 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} s_o$.) „Wasser und Wein sowie Essig sind gleich schwer.“ „Man gieße 1 ℔ Öl in ein Gefäß, so daß es voll ist. Dann gieße man in dasselbe Gefäß Wasser oder Wein; man wird finden, daß es 1 ℔ und 6 Stagien[4]) wiegt. Würde man in dasselbe Gefäß Honig füllen, würde man mehr als $93\frac{1}{2}$ Stagien[5]) finden. Dasselbe Gefäß[6]) faßt 80 Stagien Wasser oder Wein, 108 Stagien Honig, dagegen 72 Stagien Öl.“ (Demnach ist $s_v = \frac{80}{108} s_h$, $s_o = \frac{72}{108} s_h$, $s_o = \frac{72}{80} s_v$; setzt man $s_v = 1$, wird $s_o = 0{,}90$; $s_h = 1{,}35$)[7]). Auf Grund einer Überlieferung des Oribasius (325—400) wird im Anhang zu den Werken Galens mitgeteilt:

[1]) Wir bezeichnen im folgenden die spez. Gewichte von Öl, Wein und Honig mit s_o, s_v, s_h.

[2]) S. 97. [3]) L. c. Bd. 19, 748. [4]) 1 ℔ = 72 Stagien.

[5]) Die Wägungen des Galen sind wenig genau.

[6]) Die Zahlen sind schlecht überliefert; (78, 89, 72) sie wurden nach G. Agricola richtig gestellt. Cf. H. Sauvaire, Journ. as. [8] 1886. Bd. VII, 128. B. VIII, 152.

[7]) Die Angaben für s_h sind stets zu klein. Al Châzinî fand 1,406; der neuere Wert ist 1,45.

Ein italienischer Sextar faßt Wein im Gewicht von 1 ℔ 8 unc., Honig im Gewicht von 2½ ℔. Vom Öl wird nichts mitgeteilt. Es sind das dieselben Zahlen, die sich im Gedicht de ponderibus et mensuris finden[1]).

R. Senalis (Anfang des XVI. Jahrhunderts) überliefert ohne Quellenangabe: „Der Honig ist ⅘ mal so schwer als Wein und ⅗ mal so schwer als Öl." Er schöpfte also aus Galen. Von den Wasserarten sagt er, sie haben verschiedenes Gewicht, nur Regenwasser scheint sein Gewicht zu bewahren. Man wählt es deshalb zum Maßstab (collatio).

G. Agricola (1494—1555) schließt sich an Galen an; neue Angaben bringt er nicht.

M. Neander (1529—1581) gibt Tabellen über die Maße und Gewichte der alten Völker. Daran schließt er Vergleiche allgemeiner Natur wie: Wein ist schwerer als Öl, Honig schwerer als Wein. Regenwasser steht im Gewicht dem Wein am nächsten. Reines Öl ist leichter als unreines, Öl ist von allen natürlichen Flüssigkeiten die leichteste. Der gegorene Wein ist leichter als Most. Als Anhang bringt er doctrina de mensuris et ponderibus Galeni. Von Interesse ist die Mitteilung[2]): Ein Sextarius faßt Öl im Gewicht von 16 unc. 5 drach. 1 scrip. Wein 18½ unc. 2 siliq. 2⅔ gr; Honig 2 ℔ 3 unc. 6 drach. 4 siliq.

Cardanus[3]) wiederholt die Aussagen des Galen. Man erhält verschiedene Gewichte, wenn man dasselbe Maß zu dem Wein, Öl und Honig gebraucht. „1 Sextarius Öl wiegt 18 unc.; Wein 20 unc., Honig 27 unc." Daraus ergeben sich die früher gefundenen spez. Gewichte, bezw. das Verhältnis der Zahlen.

Zahlreiche Angaben hat al Châzinî; ob sie auch in dieser Weise gefunden worden sind, oder ob er sich dabei des Aräo-

---

[1]) Vgl. S. 90 und Anm. 1. Dieselbe Überlieferung gibt H. Sauvaire, Journ. as. [8] Bd. 7, S. 439. Man darf wohl daraus schließen, daß Fannius die Schriften der alten Ärzte benützte.

[2]) 1 ℧ = 12 unc., 1 unc. = 8 drach. = 24 scrip. = 144 siliq. = 576 gran. Man findet für Öl $\frac{5.0}{.1}$ unc., für Wein $\frac{5.0.0}{2.7}$ unc., für Honig $\frac{2.3.0}{9}$ unc., demnach $s_O = \frac{9}{10}\, s_V$, $s_O = \frac{3}{5}\, s_h$, $s_V = \frac{2}{3}\, s_h$. [3]) Offenbarungen der Natur S. 157.

meters bediente, läßt sich nicht entscheiden. Wir geben unten seine Tabelle. In ihr findet sich auch der Wert für das Eis. Man beachte, daß diesem ein kleineres spez. Gewicht gegeben wird als dem Wasser, also sein Volumen größer ist. Nichtsdestoweniger erklären die Philosophen das Zerspringen von Flaschen beim Gefrieren des Wassers aus einer Zusammenziehung, aus dem horror vacui wurde dann geschlossen, daß ein Zusammendrücken stattfinden muß.

Weiter hat al Châzinî erkannt, daß warmes Wasser ein kleineres spez. Gewicht hat als kaltes und ebenso warmer Urin ein kleineres als kalter. Er wußte also, daß die Volumenänderung von der Temperatur bedingt ist. In der Tabelle steht unter I das Gewicht der Substanz, die daselbe Volumen erfüllt wie ein Gewicht 1200 vom Süßwasser; unter II die sich daraus berechnenden spez. Gewichte s_a sowie die neueren Bestimmungen s_n.

	I	II	
		s_a	s_n
Kaltes süßes Wasser	1200	1,000	1,000
Heißes Wasser	1150	0,958	0,958
Eis	1158	0,965	0,921
Seewasser[1])	1249	1,041	1,034
Wasser der ind. Melone . . .	1219	1,016	—
Salzwasser	1361	1,134	1,205
Kürbiswasser	1221	1,018	—
Wasser der gemein. Melone[2]) .	1236	1,030	—
Weinessig	1232	1,027	1,047
Wein	1227	1,023	1,015
Sesamöl	1098	0,915	—
Olivenöl	1104	0,920	0,918
Kuhmilch	1332	1,110	1,030
Hühnerei	1242	1,035	1,090
Honig	1687	1,406	1,450
Blut eines Gesunden	1240	1,033	1,053
Menschl. Urin warm	1222	1,018	1,011
„ „ kalt	1230	1,025	—

Nach Elija[3]), Erzbischof von Nisibis (975 1049) wiegt dasselbe Volumen[4]) voll Öl[5]) 9 raṭl, voll Wein 10 raṭl, voll

[1]) Das Meerwasser wurde also lange vor Galilei untersucht.

[2]) Vgl. hierzu V. Hehn, Kulturpflanzen, Berlin 1902, S. 276.

[3]) Vgl. über ihn Th. Ibel, S. 97.

[4]) Zur Umrechnung beachte man, daß 1 raṭl = 12 unc.; daß ferner bei Neander 1 unc = 8 drachm. = 24 scrip.

[5]) Die Angaben sind den Aufsätzen entnommen, die H. Sauvaire im Journ. as. [8] Bd. III—X, 1884/87 veröffentlichte.

Honig 13½ raṭl[1]) (demnach ist $s_o = \frac{9}{10} s_v$, $s_o = \frac{2}{3} s_h$; $s_v = \frac{20}{27} s_h$; es sind die Zahlen, die Galen gibt). Wenn dieser Gelehrte sagt, ein gewisses Quantum Öl wiegt 2160 dr. und das Übrige in Proportion, meint er $s_o : s_v : s_h = 9 : 10 : 13{,}5$.

Weitere Angaben von ihm sind:

Öl	45 derh.[2]);	180 derh.[3]);	700 derh.[4]);
Wein	50 „	200 „	800 „
Honig	67,5 „	235 „	900 „

An diese Angaben über Wasser, Wein, Öl und Honig, die von Galen herrühren, schließen wir gleich diejenigen der muslinischen Gelehrten an, die auch von ihm abhängen.

Nach al Zahrâwî[5]) faßt dasselbe Gefäß 72 raṭl Öl, 80 raṭl Wein, 136 raṭl Honig[6]). Der Honig hat ein Gewicht, das dasjenige des gleichen Volumens Wein um $\frac{2}{3}$ übertrifft; der Honig wiegt $\frac{3}{2}$ mal soviel als das gleiche Volumen Öl. Der Wein übertrifft das Öl um $\frac{1}{9}$ des Gewichtes. Wasser, Wein und Weinessig haben fast dasselbe Gewicht.

Von ihm rühren noch folgende Angaben her:

Öl	16 Raṭl[7]);	1,5 Raṭl[8]);	18 unc.[9]);	27 derh.[10])
Wein	18 „	20 unc.	20 „	30 „
Honig	30 „	3 Raṭl	36 „	54,5 „

Auf Al'Antarî gehen die Angaben zurück:

Öl	18 drach.[11]);	12 drach.[12]);	9 unc.[13])
„	72 unc.[14])	3 unc.[15])	6 drach.[15])
Wein	2 unc. 4 dr.	1 unc. $+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	10 unc.
„	80 unc.	3 unc. 18 scr.	20 scr.
Honig	3 unc. $+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$	3 unc. $+\frac{1}{4}$	13,5 unc.
„	108 unc.	4 unc. $+\frac{1}{8}$	9 dr.

Al-Sâhir verdanken wir die Zahlwerte:

Öl	18 drach.[16]);	3 unc.[17]);	6 drach.[17])
Wein	2 unc. 4 dr.	3 unc. + 8 scr.	20 scr.
Honig	3 unc. $+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$	4 unc. $+\frac{1}{2}$	9 dr.

[1]) Bd. VII. 129. [2]) S. 155. [3]) S. 172. [4]) Bd. VIII, 127.

[5]) Vgl. H. Suter, l. c. S. 83, Nr. 191. Alî Ibn Sulcimân lebte um das Jahr 1000.

[6]) Bd. VII, 129.

[7]) S. 171. [8]) S. 177. [9]) S. 442. [10]) Bd. VIII, 124. [11]) Bd. VII, 149. [12]) S. 461. [13]) S. 465.

[14]) Bd. VIII, 133. [15]) S. 154. [16]) Bd. VII, 148. [17]) Bd. VIII, 153.

Die Verhältniszahlen bei Galen sind stets dieselben 72 : 80 : 108 oder 18 : 20 : 27. Bei al Zahrâwî unterliegen sie großen Schwankungen; man findet 72 : 80 : 136; 72 : 81 : 135; 72 : 80 : 144 (145).

Eliyâ stimmt zweimal mit Galen überein; die beiden letzten Verhältnisse 72 : 80 : 94 und 70 : 80 : 90 sind sehr ungenau.

Al'Antarî gibt fünfmal die Werte des Galen, nur einmal weicht er wesentlich davon ab (72 : 84 : 156).

Al-Sâhir gibt in den drei Reihen dasselbe Verhältnis 72 : 80 : 108.

b) Das Aräometer.

Bevor wir das Arärometer besprechen, sollen die Versuche zusammengestellt werden, durch die man vor der Kenntnis dieses Instrumentes das spez. Gewicht einer Flüssigkeit unter Zuhülfenahme des archimedischen Prinzips ermittelte, bezw. das Gewichtsverhältnis von Körpern und Flüssigkeiten bei gleichem Volumen fand.

Dem Pseudo-Archimedes entnehmen wir folgende Betrachtung. Will man das spez. Gewicht einer Flüssigkeit bestimmen, so nimmt man einen Körper vom Luftgewicht P_1, dem Wassergewicht W_1 und dem Ölgewicht W_2. Die Differenzen $P_1—W_1$ und $P_1—W_2$ stellen einen Wasser- bezw. Ölkörper dar, der mit dem gegebenen volumengleich ist[1]).

Denselben Gedanken finden wir auch bei V. Viviani. „Das Verhältnis der spez. Gewichte zweier Flüssigkeiten findet man, wenn man einen Körper A nacheinander in beiden wägt“[2]).

Albertus Saxonicus gibt folgenden Weg an. „Will man erfahren, welche von zwei Flüssigkeiten schwerer ist, so nimmt man Holz, das durch Punkte geteilt[3]) ist und lege es in beide

[1]) Da $P_1—W_1 = V_1 s$, $P_1 — W_2 = V_1 \cdot \sigma$, wird $\sigma = (P_1 — W_1 s) : (P_1 — W_1)$; für Wasser ist $s = 1$, somit $\sigma = (P_1 — W_2) : (P_1 — W_1)$.

[2]) Hat die erste Flüssigkeit des spez. Gewichts σ_1, die zweite σ_2, gilt nach der früheren Ableitung $s_1 : \sigma_1 = a : (a — b_1)$; $s_1 : \sigma_2 = a\ (a — b_2)$; $\sigma_2 : s_1 = (a — b_2) : (a — b_1)$; wird $\sigma_1 = 1$, hat man $\sigma_2 = (a — b_2) : (a — b_1)$.

[3]) In gleiche Volumina. Cf. S. 96.

Flüssigkeiten; wo das Holz weniger eintaucht, ist die schwerere Flüssigkeit. Will man herausbringen, ob eine Flüssigkeit schwerer ist als ein fester Körper, so legt man ihn in die Flüssigkeit. Wenn der eintauchende Körper etwas herausragt, so ist die Flüssigkeit schwerer.

Will man auch das Verhältnis wissen, so teilt man durch Punkte (in gleiche Volumina) und aus dem Verhältnis aller eingetauchten Punkte zur Gesamtzahl erfährt man das Verhältnis der Schwere. Man teile z. B. das Holz durch 12 Punkte und senke es in Wasser. Wenn 4 Punkte eintauchen, wird das Wasser dreimal so schwer als das Holz sein.“ Er schließt mit den Worten: „So hat man einen leichten Weg, die Schwere der Gewässer und Quellen zu prüfen; unter sonst gleichen Umständen ist das leichtere das bessere.“

Wir wenden uns nun zur Betrachtung des Aräometers.

Man verwendet hier den Satz des Archimedes, daß ein Körper so tief in eine Flüssigkeit einsinkt, bis das von ihm verdrängte Volumen so viel wiegt wie er selbst.

Es sind uns drei Beschreibungen des Aräometers erhalten.

Die erste findet sich in einem Briefe[1]) des Bischofs Synesius von Ptolemais an seine Lehrerin Hypatia in Alexandrien (ermordet 415). Das Instrument muß damals noch wenig bekannt gewesen sein, da der Bischof es für nötig erachtet, eine ausführliche Beschreibung zu geben. Der Brief lautet:

„So gar übel befinde ich mich, daß ich ein Hydroskop nötig habe. Gib den Auftrag, daß es hergestellt und angekauft werde. Das Rohr ist zylindrisch und hat die Größe und Gestalt einer Flöte. Es enthält auf einer geraden Linie die Einschnitte, mit denen wir das Gewicht einer Flüssigkeit prüfen. Als Deckel verschließt es ein in horizontaler Lage befindlicher Zapfen, so daß die Grundfläche beider, des Zapfens und der Röhre, die nämliche ist. Das ist das Instrument zur Messung der Schwere. Jedesmal wenn du die Röhre in das Wasser hinabläßt, wird sie aufrecht stehen und wird die Ein-

[1]) J. P. Migne, Trad. cath. saec. V, Paris 1864, S. 1351. Vgl. E. Gerland und F. Trautmüller, Geschichte der Experimentierkunst, Leipzig 1899, S. 58.

schnitte erkennen lassen. Diese aber sind die Kennzeichen des Gewichts“ [1]).

Die zweite Überlieferung gibt Fannius in seinem Lehrgedicht (V. 103—121). Der Verfasser nennt weder den Namen des Instrumentes noch seinen Erfinder. Zuerst gibt er eine Beschreibung des Aräometers, dann schildert er kurz seinen Gebrauch. Er besteht aus einem Zylinder, der entweder aus Silber oder aus Blech oder aus sonst einem Metall gefertigt ist. Über die Dicke der Wandung ist nichts ausgesagt, nur die Länge wird angegeben: „soweit zwei Knoten des gebrechlichen Schilfrohrs voneinander abstehen.“ Am untersten Teil ist es durch einen kleinen Kegel beschwert, der nach innen gerichtet und so bemessen ist, daß das Instrument nicht ganz eintaucht, aber auch nicht obenauf schwimmt. An der Seite führt eine feine Linie von oben bis unten, die in soviele Teile geteilt ist, als der Zylinder Einheiten (scripuli) hat. Senkt man das Instrument in eine dünne (tenuis) Flüssigkeit, so wird es tiefer einsinken als in einer schwereren (gravior), es werden hier mehr Teilstriche (moduli) herausragen.

Eine dritte, sehr ausführliche Beschreibung nebst einer Abbildung verdanken wir al Châzinî, der sie im siebenten Kapitel gibt [2]). Sie entspricht der kurzen Schilderung in dem oben erwähnten Lehrgedicht.

Die Überschrift lautet: Über die Herstellung eines Instrumentes, um die flüssigen Körper nach Schwere und Leichtigkeit zu messen und darüber, wie man es benützt, nach Pappus (Fûfus), dem Rumaeer (Byzantiner).

Danach hätte Pappus das Instrument konstruiert. Wir haben nicht die geringste Ursache, diese Angabe zu bezweifeln, zumal auch keine zeitlichen und wissenschaftlichen Gründe entgegenstehen [3]).

---

[1]) Es fällt auf, daß Synesius nicht angibt, warum der Zylinder stets in der Flüssigkeit aufrecht steht, und nichts über die Beziehung der Schwere zu der Anzahl der Teilstriche aussagt. Es dürfte ihm selbst noch fremd gewesen sein.

[2]) Wage der Weisheit S. 40.

[3]) M. Cantor, l. c. Bd. I, S. 412 ff. Pappus lebte um 300 n. Ch.

In der Einleitung bespricht al Châzinî zunächst das Prinzip, auf dem das Instrument beruht; doch scheint der Text nicht richtig überliefert zu sein. Es heißt wörtlich: Aus früheren Sätzen und dem, was sich daran über das Verhältnis der Schwere (spezifische Gewichte) der Körper anschloß, ergibt sich „das Verhältnis des Volumens eines jeden schweren Körpers zu dem Volumen eines anderen schweren Körpers, wenn sie in der Luft gleich schwer sind, ist gleich dem umgekehrten Verhältnis der Schwere zur Schwere im Wasser."

Der Satz ist nur insoweit richtig, als mit zunehmenden Volumen, also abnehmenden spezifischen Gewicht, das Gewicht im Wasser abnimmt.

Wahrscheinlich hat mit Rücksicht auf die Anwendung des Satzes dieser etwa folgendermaßen gelautet:

Das Verhältnis der in Wasser untergetauchten Volumina von Körpern gleichen Gewichts (und gleicher Substanz) verhalten sich umgekehrt wie die spezifischen Gewichte[1]).

Hierauf fährt al Châzini fort: Nimmt man dieses Prinzip an, so kann man ein Instrument konstruieren, das uns das Verhältnis der Gewichte aller Flüssigkeiten mit geringster Mühe anzeigt, wenn die Körper gleiches Volumen haben. Es bringt auch großen Nutzen bei den Fragen, die für die Gesundheit des menschlichen Körpers[2]) vorteilhaft sind; das alles, ohne daß man Gewichte und eine Wage anzuwenden braucht. Wir behandeln es in sechs Abschnitten.

1. Die Herstellung des Instrumentes im richtigen Größenverhältnis.
2. Die Anbringung von Linien auf dem Instrument.
3. Die Ermittelung einer Regel, um nach dieser die Rechnung durchzuführen und die Buchstaben[3]) anzuschreiben.

---

[1]) Ist das Gewicht des Ärometers in der Luft P, gilt nach dem Einsenken in verschiedene Flüssigkeiten $P = V_1 \cdot \sigma_1 = V_2 \cdot \sigma_2$, also $V_1 : V_2 = \sigma_2 : \sigma_1$.

[2]) Cf. den Brief des Synesius S. 96.

[3]) Die Buchstaben, die im Arabischen wie in anderen Sprachen einen bestimmten Zahlenwert haben, ersetzen die Zahlen.

4. Bestimmung des entsprechenden Gewichtes des Zinnkegels.
5. Art der Benützung des Instrumentes.
6. Beweis für die früheren Ausführungen.

Die Figur ist in der Handschrift offenbar nicht richtig wiedergegeben. Die Buchstaben an ihr und im Texte stimmen nicht überein. Die folgende Darstellung schließt sich möglichst genau an das Original an, genauer als dies bei Khanikoff der Fall ist[1]). Ich habe nach den Angaben von al Châzinî die Zahlen berechnet, die Teilung ausgeführt und sie in die von ihm gegebene Figur eingetragen. Da, wo bei uns Zahlen stehen, stehen auch bei ihm solche. Die Brüche[2]) (Sechzigstel)

---

[1]) Nach der Figur, die Khanikoff wiedergibt, hat es den Anschein, als ändere sich das spezifische Gewicht gleichmäßig mit dem Volumen. Aus der Tabelle jedoch ersieht man, daß mit wachsendem Volumen das spezifische Gewicht abnimmt und zwar in der Weise, daß zuerst die Abnahme bedeutender ist, da eben beide Größen umgekehrt proportional sind. Al Châzinî trug die den Volumen entsprechenden Werte der spezifischen Gewichte auf dem Aräometer an, zuerst die Ganzen, daneben links die Brüche in Sechzigstel.

Die Abbildung des Originals stimmt mit der von Khanikoff gegebenen soweit überein, als die Teilung von 110 bis 100 herab eine gleichmäßige ist. Die Tabelle zeigt auch für die eben genannten Volumina eine fast gleichmäßige Zunahme des spezifischen Gewichts (ca. 0,01). Den Volumen 100 bis 50 gegenüber stehen 15 Gruppen von je 5, aber auch 6 und 7 Teilstrichen, die sich nach unten immer dichter zusammendrängen und die offenbar andeuten sollen, daß das spezifische Gewicht sich mit dem Volumen nicht gleichmäßig ändert. Jedoch ist nicht verständlich, warum al Châzinî die Teilstriche n a c h u n t e n zusammenrücken läßt, da doch mit Abnahme des Volumens das spezifische Gewicht wächst. Es ist nicht ausgeschlossen, daß die Teilstriche nur eine Interpolation darstellen, doch sagt der Text nichts darüber. Sehr wohl möglich ist, daß wie bei anderen Figuren so auch hier durch den Abschreiber Fehler sich eingeschlichen haben. Wollte man an der Figur zum Ausdruck bringen, daß die spezifischen Gewichte mit abnehmenden Volumen wachsen, so mußte die Strecke en, die eine Länge von 104,17 cm hat, sofern man die Einteilung in 15 Gruppen von je 5 Teilstrichen beibehält, von n aus in folgende Stücke zerlegt werden: 13,09; 11,49; 10,21; 9,15; 8,22; 7,44; 6,76; 6,18; 5,66; 5,21; 4,81; 4,45; 4,13; 3,84; 3,59 cm.

[2]) Vgl. die Tabelle S. 103.

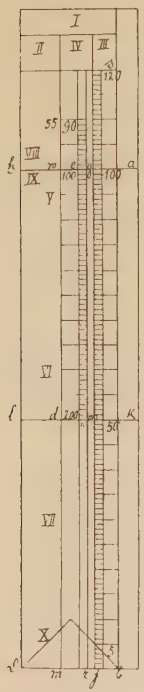


Fig. 19.

fehlen bei ihm, z. B. bei 90 muß noch 55 stehen. (Vgl. Fig. 19.)

1. Konstruktion des Instrumentes[1]). Das Instrument besteht aus einem hohlen Zylinder, der $^1/_4$ Handellen (ca. 25 cm) lang ist und einen Durchmesser von zwei Fingerbreiten (ca. 4 cm) oder weniger hat. Das Material ist Kupfer (Nuchâs)[2]). Der Zylinder ist auf der Drehbank abgedreht und so leicht wie möglich. Seine Enden sind durch zwei Basen abgeschlossen, die leichten Trommelfellen (Duff) gleichen und auf der Drehbank so sorgfältig wie möglich aufgepaßt sind. Auf die untere Fläche ist nach innen ein Kegel aus Zinn (Raṣâṣ) aufgesetzt, von dem später noch zu handeln sein wird. Setzt man das Instrument auf eine Flüssigkeit in einem Gefäß, so steht es genau senkrecht auf deren Oberfläche und neigt sich nach keiner Seite.

An der Figur sind folgende Bemerkungen angebracht.

Bei I und II steht: Abbildung des Instrumentes für Flüssigkeiten von Pappus dem Rumaeer.

Bei III: Linie der Zahlen (ʿAdad) in aufsteigender Reihe.

Bei IV: Marken (Schaʾirh) das Maßinstrumentes in absteigender Reihe.

Bei V: Äquator des Gleichgewichtes.

[1]) Das Instrument ist von Herrn Mechaniker Keller im Erlanger physikalischen Institut nachgebildet. Ein Exemplar befindet sich im Deutschen Museum. Die Länge ist 250 mm, der Durchmesser 41,5 mm. Als Material wurde Kupferblech von 0,3 mm Stärke gewählt. Dünnere Bleche haben den Nachteil, daß sie beim Aufdruck der Marken durchbrochen werden oder das andrückende Wasser Matten erzeugt und so das Volumen verändert. Der Zylinder wog 98,4 g, der Zinnkegel, den man zuletzt herstellt als Ausgleich zwischen P·1 und dem Aräometergewicht, 183,3 g, das ganze Instrument 281,7 g. Ebensoviel muß das bis zum Äquator (s. w. u.) verdrängte Wasser wiegen, nämlich $2{,}075^2 \cdot \pi \cdot \frac{25}{120} \cdot 100$ g. Denn 25 cm entsprechen 120 Teilen, somit 100 Teilen $\frac{25}{120} \cdot 100$ cm; 2,075 ist der Radius in cm.

[2]) Nicht wie Khanikoff angibt Messing.

Bei VI: Die verschiedenen Teile, die man sucht, ihnen entspricht das Gewicht der Flussigkeit.

Bei VII: Das Verhältnis der Entfernung zur Entfernung von der Basis ist umgekehrt proportional dem Verhältnis der zweiten Entfernung zu den Marken der ersten Entfernung[1]).

Bei VIII und IX: Leichtere Seite, schwerere Seite.

Bei X. Der aus Zinn gemachte Kegel.

Unter III stehen die Zahlen von 5 bis 120; unter IV die Zahlen von 95 bis 200. Die Beischriften VI bis IX sind längs der Figur geschrieben, X an der einen Seite des Kegels; alle übrigen stehen quer.

2. Über das Ziehen der Linien auf dem Instrument. Man zieht zunächst längs des ganzen Zylinders eine Linie s a b. Etwa $^1/_6$ oder weniger von dem Zylinder befindet sich oberhalb der Wasseroberfläche (bei a). Zu ab zieht man die parallelen Linien g j, e r, n m, $h\vartheta$, die von oben bis unten hindurchgehen. a b halbiert man in k; n r, d m und $l\vartheta$ macht man gleich a k. Durch k, m_1, n, l zieht man mit einem gekrümmten Lineal, das sich an den Zylinder anlegt, eine Kreislinie; ebenso zieht man einen Kreis durch a g e h. Diese Linie heißt der Äquator des Gleichgewichts. Der oberhalb des Äquators gelegene Teil entspricht spezifischen Gewichten, die kleiner sind als das des Wassers, der unterhalb gelegene solchen, die größer sind als das des Wassers.

Dann teilt man die Linie a b in 10 Teile, die man mit Buchstaben nach deren Zahlenwert bezeichnet, und zieht durch die Teilpunkte bogenförmige Linien, die an g j[2]) und a b endigen[3]). Den Raum zwischen je zwei Teilstrichen auf g j teilt man wieder in 10 Teile, so daß g j in 100 Teile geteilt ist. Nun zieht man durch die 100 Teile von g j kleine äquidistante

[1]) Der Sinn ist: Nimmt man zwei Volumina an, z. B. 50 und 100, so verhalten sie sich umgekehrt wie die an diesen Teilstrichen angemerkten spezifischen Gewichte, nämlich 200 und 100; 50 : 100 = 100 : 200. Wie sub. 3 gezeigt wird, mißt die Größe des Volumens die Entfernung der Wasseroberfläche von der Basis des Aräometers.

[2]) Der Text hat e r.

[3]) In der Figur des Originals sind nicht nur die Linien für die Zehner, sondern auch diejenigen für die Einer ausgezogen.

Bögen, die parallel den Kreisen an den Basen sind. In die Flächen zwischen den Linien ab und gj schreibt man die Zahlen in Buchstaben, die bei b beginnen und nach a fortschreiten; man nennt diese die Linie (den Maßstab) der regelmäßig fortlaufenden Zahlen (al ʿAdal al mustawî).

3. Um aus diesen Angaben einen Norm für die den (spezifischen) Gewichten proportionalen Zahlen zu finden, die dann auf dem Instrument eingetragen werden, verfährt man folgendermaßen. Man denkt sich ein Gefäß, etwa ein Dauraq (Wasserkrug), gegeben, der 100 Mitqâl u. s. w. faßt. Die Höhe des Gefäßes setzen wir gleich 100, entsprechend dem in ihm enthaltenen Wasser. Um nun die oben erwähnten Proportionalzahlen, zu erhalten, multipliziert man 100 mit 100, erhält also 10000[1]) und dividiert in diese Zahl mit den früher auf dem Aräometer angebrachten Zahlen, bis zu denen es in die Flüssigkeit eintaucht. Die Resultate der Division werden in der Tabelle zusammengestellt und zwar mit den Größen, aus denen sie berechnet sind, dann auch auf den Aräometer selbst eingetragen zwischen n m und er. Die Teilstriche selbst werden mit einem gekrümmten Lineal eingereiht. Die Zahlen gehen in der Richtung von a nach b fort. Die oberhalb der Gleichgewichtslinie entsprechen leichteren, die unterhalb schwereren Flüssigkeiten im Vergleich zu Wasser. Die Grundlage der Berechnung wird nachher bewiesen. Abûl Raiḥân hat auf sie in seiner Abhandlung hingewiesen[2]). Die Tabelle, welche die den Volumin 110 bis 50 entsprechenden spezifischen Gewichte gibt, ist sehr sorgfältig[3]) nach der Formel berechnet $s = 10000 : a$, wobei s das spezifische Gewicht, a das abge-

[1]) Al Châzinî setzt hier gleichsam das spezifische Gewicht des Wassers gleich 100. Da 100 Volumenteile eintauchen, erhält er 10000 Gewichtseinheiten, die das Aräometer wiegt.

[2]) Eine Schrift dieses Inhaltes ist bis jetzt noch nicht aufgefunden worden. Wir sehen also hieraus wiederum, daß die uns erhaltene Abhandlung über spezifische Gewichte von al Bîrûnî nur einen Teil seiner Untersuchungen umfaßt.

[3]) Die amerikanischen Herausgeber haben mit Unrecht die S. 47 gegebenen Resultate bemängelt. Brüche unter $^1/_{60}$ hat al Châzinî vernachlässigt.

lesene Volumen bedeutet. Die Grenzen der spezifischen Gewichte sind 0,909 und 2. In der nachstehenden Tabelle steht an erster Stelle das eintauchende Volumen, darauf folgt das ihm entsprechende spezifische Gewicht in Ganzen und Sechzigsteln, zuletzt meine Umrechnung in die jetzt gebräuchliche Form.

Tabelle.

110	90	55	0,909	89	112	22	1,124	68	147	4	1,471
109	91	45	0,917	88	113	38	1,136	67	149	21	1,493
108	92	36	0,926	87	114	57	1,149	66	151	31	1,515
107	93	27	0,935	86	116	17	1,163	65	153	54	1,538
106	94	20	0,943	85	117	39	1,176	64	156	15	1,563
105	95	14	0,952	84	119	3	1,190	63	158	44	1,587
104	96	9	0,961	83	120	29	1,205	62	161	17	1,613
103	97	5	0,971	82	121	57	1,219	61	163	56	1,639
102	98	2	0,980	81	123	27	1,234	60	166	40	1,667
101	99	1	0,990	80	125	—	1,250	59	169	30	1,695
100	100	—	1,000	79	126	35	1,266	58	172	25	1,724
99	101	1	1,010	78	128	12	1,282	57	175	26	1,754
98	102	2	1,020	77	129	52	1,299	56	178	34	1,786
97	103	6	1,031	76	131	35	1,316	55	181	49	1,818
96	104	10	1,042	75	133	20	1,333	54	185	11	1,852
95	105	16	1,053	74	135	8	1,351	53	188	41	1,887
94	106	23	1,064	73	137	—	1,370	52	192	18	1,923
93	107	32	1,075	72	138	53	1,389	51	196	5	1,961
92	108	42	1,087	71	140	51	1,409	50	200	—	2,000
91	109	53	1,099	70	142	51	1,429				
90	111	7	1,111	69	144	55	1,440				

4. Nun wird noch die Herstellung des Zinnkegels von der richtigen Größe besprochen. Seine Grundfläche soll mit der Basis des Zylinders zusammenfallen. Sein Gewicht ist so abzugleichen, daß die Wage für die Flüssigkeit, d. h. das Aräometer, wenn es in Wasser gesetzt wird, senkrecht auf diesem schwimmt, dann, ohne daß das Wasser oder es selbst Bewegungen zeigt, gleichmäßig sinkt, bis die Gleichgewichtslinie erreicht ist. Das richtige Gewicht wird durch Versuche gefunden, indem man den Zinnkegel auf der Drehbank bearbeitet. Dann ist das Instrument fertig. „Es ist angepaßt an das Wasser irgendeines bekannten Flusses einer Stadt oder einer Gegend, wie der des Gaihûn (Oxus) oder des Euphrats. Dieses dient zum Vergleich für andere Gewässer nach ihrer Schwere und Leichtigkeit. Man kann von diesem

Wasser zu einem anderen übergehen, wenn man das Gewicht des Zinnkegels ändert."

5. Zur Verwendung des Instrumentes senkt man es in eine Flüssigkeit, dann zeigt es das Gewicht dieser Flüssigkeit an dem gesuchten Teil an, der ganz oder nahe an der Flüssigkeitsoberfläche sich befindet. Dann verhält sich die Menge der Flüssigkeit, die den angenommenen Dauraq füllen würde, zu 100, dem Gewicht eines gleichen Volumens Wasser, wie x zu dem spezifischen Gewicht des Wassers.

Ebenso verfährt man, wenn man Wasser einer anderen Gegend mit dem des Ausgangsflusses vergleicht; man erkennt so, welches leicht und welches schwer ist. Füllt die Wasseroberfläche mit einer Linie, die eine geringere Zahl als 100 hat, zusammen, so ist dieses Wasser leichter, fällt sie aber mit einer höheren zusammen, so ist es schwerer[1])."

Kann man die Zahl der „Schaʿîra" (vgl. Figur) nicht erkennen, so ist die an der Gerade fortlaufende deutlich zu sehen. Mit der Zahl, die mit der Oberfläche zusammenfällt, dividiert man in 10000 und erhält so die gesuchte Zahl der „Schaʿîra".

6. Hieran schließt sich nun ein Beweis des früheren. Ich teile die Übersetzung vollständig mit, da sie einen Einblick in den ganzen Gedankengang liefert, der wohl auf Pappus bezw. Archimedes selbst zurückgeht. Zu beachten ist, daß die im Anschluß an die Übersetzer[2]) gegebenen Buchstaben nicht denen im Original entsprechen, dort steht statt n : r statt g : h satt m : s; z fehlt.

Der Zylinder n m möge in einer Flüssigkeit bis zur Linie t d, in einer schwereren bis zur Linie $\alpha\sigma$ einsinken; die beiden Linien sind um den Zylinder gezogene Kreise. Dann ist $\alpha g : gt = s_l : s_s$ (wenn s_l und s_s die spezifischen Gewichte der leichteren und schwereren Flüssigkeit sind). Denn $\alpha g : gt =$ Zylinder α m : Zylinder tm. Das Gewicht der leichteren Flüssigkeit im Zylinder α m verhält sich zu dem derselben Flüssig-

[1]) Da (100—a) $\sigma_1 = 100\,\sigma$ ist $s_1 = 100\,\sigma : (100-a)$.

[2]) Nach S. 118 Anm. 9 rührt die Übersetzung dieses Abschnittes von den amerikanischen Herausgebern her.

keit in tm wie $\alpha g : tg$. Nun ist das (Volumen) der leichteren Flüssigkeit im Zylinder tm im Gewichte gleich der schwereren Flüssigkeit, der das Volumen αm entspricht. Dies hat bereits Archimedes in dem ersten Kapitel seines Buches über das gegenseitige Tragen der Körper[1]) dargelegt. Also ist $\alpha g : tg$ gleich dem Verhältnis des Gewichtes der leichteren Flüssigkeit zu dem der schwereren, die beide das Volumen αm erfüllen. Wendet man dies auf das Instrument an, so ergibt sich, daß, wenn der Zylinder $s\vartheta$ bis zur Linie ah̲ einsinkt, das Gewicht eines Dauraq der Flüssigkeit gleich dem Betrag der Teile an der Linie ah̲ ist; sinkt er in einer schwereren Flüssigkeit bis zu fj, so ist das Gewicht dieser gleich dem Betrag der Teile an der Linie fj. Denn $ab : bf$ ist nach dem früheren gleich dem Gewicht der leichteren Flüssigkeit zu dem der schwereren. Das Verhältnis der spezifischen Gewichte, in denen die „Wage“ bis fj einsinkt (zu dem Gewicht der leichteren Flüssigkeit) ist gleich dem Verhältnis der Zahlen, die auf fj und ah̲ stehen. fj gibt das gesuchte Gewicht des einen Dauraq der Flüssigkeit, in dem die Flüssigkeitswage bis fj einsinkt, während die Zahl an ah das Gewicht eines Dauraq ist, das 100 Miṭqâl u. s. w. enthält von der Flüssigkeit, in der die „Flüssigkeitswage“ bis ah̲ sinkt.

Wahrscheinlich hat schon al Bîrûnî die 100 Miṭqâl entsprechenden Volumina auch von anderen Substanzen als Metallen und Edelsteinen untersucht. Er sagt nämlich am Ende der Schrift über die spez. Gewichte: „Ebenso verfahren wir bei dem, was wir bei der Durchführung der Arbeit der Goldschmiede planen, durch die Beobachtung des Wachses, des Harzes, des ungemischten Tones, des Emails, des Bernsteins, des Amber, der Hölzer aus bekannten Bäumen, aus denen man die Modelle schnitzt und hobelt[2]), ferner die Vorbilder und die Messerstile, mit welchen die Goldschmiede sich eifrig befassen, und andere bei den notwendigen und bei den Luxusgegenständen.“ Von al Bêrûnî besitzen wir darüber keine

[1]) Obige Stelle ist, soweit bekannt, die einzige, in der dies Werk des Archimedes (Fi Ḥamal al Aschjâ baʿḍahâ baʿḍan) erwähnt ist.

[2]) Es sind die Modelle, in die man nach al Châzinî die Metalle gießt.

Tabelle, dagegen hat al Châzinî in einem besonderen Abschnitt eine solche gegeben, ohne aber etwas über die Methode, nach der er sie gefunden, auszusagen. Daß das konische Gefäß nicht ohne weiteres benutzt wurde, oder daß, wenn es benutzt wurde, die Versuche sehr schnell ausgeführt werden mußten, sieht man daraus, daß auch Angaben über Salz und mit Salz gemischte Erde gegeben sind. Auch findet sich unter den Körpern eine Reihe von solchen, die auf dem Wasser schwimmen. Al Châzinî sagt dann: „Wir haben alle diese Substanzen mit ihren Wasserwerten angegeben. Bestimmt man das Wasser erst nach der Tabelle, so kann man die gesuchte Menge der Metalle bestimmen. Hier kann eine Verschiedenheit in den Ansichten vorhanden sein. Jeder hat eine besondere“ [1]). Die Tabelle enthält auch noch Angaben, ob die Substanzen schwimmen (f) oder zu Boden sinken (s).

Wir geben nun die von al Châzinî [2]) aufgestellte Tabelle. Unter I steht das 100 M. Wasser entsprechende Volumen in Mitqâl, Dânaq und Tassûg. Daran schließt sich unter II die Summe von Tassûg. Unter III stehen die sich hieraus berechnenden spez. Gewichte, denen unter IV die neueren Bestimmungen folgen.

	I			II	III	IV
Ton von Simingân [3]) . .	50	2	0	1208(s)	1,99	1,85
Reines Salz	45	3	2	1094(s)	2,19	2,12
Unter Salz gemischte Erde	90	1	0	2164(s)	1,11	—
Sandarach	140	4	2	3378(f)	0,71	1,07
Bernstein	118	4	2	2832(f)	0,85	1,06
Email	25	2	2	610(s)	3,93	—
Pech	96	1	2	2310(s)	1,04	1,07
Wachs	105	1	0	2524(f)	0,95	0,96
Elfenbein	61	0	0	1464(s)	1,64	1,83
Schwarzes Ebenholz . .	88	3	0	2124(s)	1,13	1,18
Perlenschale	40	2	0	968(s)	2,48	2,47
Baqqamholz	106	2	0	2552(f)	0,94	1,03
Weidenholz	248	0	3	5955(f)	0,40	0,58

[1]) Wohl weil die Substanzen nicht fest definiert sind.

[2]) Wage der Weisheit S 73.

[3]) Simingân ist ein Ort in Ṭuchâristân, jenseits von Balch. Es ist eigen, daß gerade nur der Ton von Simingân erwähnt wird, von dem wir sonst nichts wissen. Vielleicht, daß dort der Verfasser der Tabelle gelebt und Versuche angestellt hat.

In den Kreisen der Ärzte und des Handwerkes, ist vielleicht schon früh, später sicher nach E. v. Lippmann[1]) das Aräometer mehr bekannt gewesen und verwendet worden, als die spärlichen Berichte vermuten lassen. Der genannte Gelehrte erinnert[2]) an R. Constantin, der 1566 den Brief des Synesius und das Gedicht de ponderibus veröffentlichte. Während frühere Forscher das Hydroskop für eine Wasseruhr hielten, erklärte er es für ein Aräometer, ein Zeichen, daß es in jenen Tagen bekannt war.

Da keine der antiken Quellen den Namen der Erfinder des Aräometers, nennt und das Werk des al Châzinî dem Abendlande unbekannt sein mußte, da ferner der Satz, welcher beim Aräometer in Anwendung kommt, von Archimedes herrührte, hielt man diesen Gelehrten für den Erfinder des Instrumentes. Man stieß sich auch nicht an der Tatsache, daß weder griechische, noch römische, noch arabische Quellen Archimedes als Erfinder nennen. Daß diese Anschauung nicht richtig war, zeigte J. Gerland[3]) indem er nachwies, wie diese Meinung entstand. Sie schien nahegelegt durch V. 124 des Gedichtes de ponderibus et mensuris, der heißt: „Nunc aliud partum ingenio trademus eodem." Da in den vorangehenden Versen das Aräometer und in den nächsten Versen die Untersuchung von Legierungen beschrieben wird, die auf Archimedes zurückgehe (V. 127 „prima Syracusi mens prodidit alta magistri"), deutete man „ingenio" persönlich und schrieb das Aräometer dem Archimedes zu. Diese Meinung stieß zunächst auf keinen Widerspruch und wurde in viele Werke[4]) übernommen. Der Irrtum fand eine Stütze in einer falschen Datierung des Gedichtes, das man in den Tagen des Augustus statt in der Mitte des 5. Jahrhunderts entstanden wähnte. Einige Schriftsteller hielten die Hypatia für die Erfinderin. Diese Ansicht wird schon durch den Brief des Synesius widerlegt,

[1]) Chemie der Zuckerarten, Braunschweig 1904, S. 1389.

[2]) Chemikerzeitung Nr. 42, 1912.

[3]) Wied. Ann. **1**, 150, 1877.

[4]) J. Gehler, Phys. Wörterbuch, Leipzig 1828, S. 350; J. C. Poggendorff, Geschichte der Physik, Leipzig 1879, S. 14; F. Strunz, Naturbetrachtung und Naturerkenntnis im Altertum, Leipzig 1904, S. 116.

da dieser dann nicht nötig hätte, der Erfinderin ihr Werk zu beschreiben. Durch al Châzinîs Überlieferung ist die Frage positiv beantwortet; der Erfinder des Aräometers ist Pappus.

Von den Gelehrten des okzidentalen Mittelalters sind uns keine weiteren Nachrichten bezüglich des Aräometers bekannt, weder aus den Kreisen der Ärzte noch der Philosophen.

Auch Nikolaus von Cusa erwähnt dieses Instrument nicht; er gibt aber einige wenige Ausführungen, die an dieser Stelle erwähnt zu werden verdienen. Er betont, daß das Gewicht der Flüssigkeiten von der Temperatur abhängt. „Das Gewicht ändert sich mit der Jahreszeit, denn unzweifelhaft ist das Gewicht des Wassers in den einzelnen Jahreszeiten ein verschiedenes.“ Man wird auch ein anderes Gewicht finden, je nachdem man Quellwasser prüft, oder solches, welches lange in der Erde geflossen ist. Diese Prüfung empfiehlt er namentlich denen, die sich eine neue Wohnstätte aussuchen. Wie al Châzinî, kommt er auch auf das Gewicht des menschlichen Blutes und des Urins zu sprechen; er will aus dem Gewicht des ersteren auf das Alter und sogar auf die Abstammung schließen, während das letztere den besten Aufschluß über das Befinden des Menschen gibt, besser als die trügerische Farbe. Daher empfiehlt er dieses Mittel den Ärzten zur Aufstellung einer richtigen Diagnose. „Verschieden ist das Gewicht des Blutes und des Urins, bei einem gesunden oder kranken, einem jungen oder alten Menschen, einem Alemannen oder Afrikaner; richtiger kann man eine Diagnose stellen aus dem Gewicht des Urins und zugleich aus seiner Farbe als aus der trügerischen Farbe allein.“

Daß Wasser im gefrorenen Zustand sein Volumen ausdehnt, ist eine Erkenntnis, die er nur noch mit al Châzinî teilt. „Ich weiß, daß das Eis im Vergleich mit Wasser leichter ist.“ Er fügt sogar hinzu, das Gewicht des Eises wechsele mit der Temperatur.

III. Teil.

Das Schwimmen.

Wir wollen den hier zur Behandlung stehenden Stoff in folgender Weise gliedern. Zunächst bringen wir philosophische Darlegungen nebst allgemeinen Angaben. Ihnen reihen wir die grundlegenden Ausführungen des Archimedes an. Bei der Besprechung eines archimedischen Irrtums zeigen wir, wieweit der Einfluß dieses Gelehrten reichte. Schließlich ist der Fortschritt zu erörtern, den muslimische und abendländische Gelehrte über Archimedes hinaus herbeiführten.

Über den Begriff des Schwimmens sind uns aus der Antike nur von Aristoteles Betrachtungen überliefert, die er im Gegensatz zu Demokrit anstellt. Letzterer führte das Schwimmen der Körper auf den Druck oder Schub[1]) nach oben zurück, den die Wärme auf den Körper ausübt. Aristoteles selbst ist anderer Ansicht[2]). Der Grund des Schwimmens liegt in der Art des kontinuierlichen Körpers. Je leichter er ist, um so mehr wird er an der Oberfläche gehalten und da die Luft im höchsten Grade teilbar ist, wird der Körper schwimmen, der Luftart an sich trägt. Aristoteles begründet dies auch so: „Da sowohl die Schwere eine gewisse Kraft hat, mit welcher etwas nach unten bewegt wird, als auch das Kontinuierliche eine Kraft hat, um nicht auseinandergerissen zu werden, muß man beide Kräfte vergleichen. Hat die Kraft der Schwere das Übergewicht über diejenige im Kontinuum, so wird der Körper seinen Weg schneller nach unten erzwingen, ist aber jene schwächer, wird er an der Oberfläche bleiben."

Die römischen Gelehrten der späteren Zeit sind mehr von Aristoteles als von Archimedes beeinflußt. Zum Beweise bringen wir einige Aussagen des Plinius: „Auch das sind wunderbare Erscheinungen in der Natur, daß Kupfer und Blei in Masse untersinken, geplättet aber schwimmen[3]), daß bei gleichem Gewicht einige Dinge untersinken, andere aber

[1]) σοῦν = *τὴν κίνησιν τῶν ἀνωφερομένων σωμάτων.* [2]) de coel. IV, 6.
[3]) Lib. II, 106. Das Letztere ist eine Folge der Kapillarkräfte. Vgl. H. Hertz, Gesam. Abh. Bd. 1, S. 287.

schwimmen.“ Ohne sich des Widerspruchs bewußt zu werden behauptet er „Das Meerwasser ist in der Tiefe süßer als auf der Oberfläche“ und „das süße Wasser schwimmt auf dem Meere, weil es leichter ist“ [1]). Als Kennzeichen der Verfälschung des Opalbalsams nennt er sein Untersinken im Wasser; der echte schwimmt auf ihm [2]). Vom Holz des Feigenbaumes weiß er, daß es anfangs (= in grünem Zustande) untersinke, später (= getrocknet) schwimme [3]). Vom Quecksilber sagt er aus: „Alle Dinge schwimmen auf ihm außer Gold“ [4]).

Vitruv bringt dasselbe Beispiel. „Wenn man auf Quecksilber einen Stein von 100 ℔ aufsetzt, schwimmt er auf der Oberfläche, legt man aber das kleinste Gewicht Gold auf, wird es nicht schwimmen, sondern durch sich selbst auf den Grund sinken.“ Während Plinius keinen Versuch macht, diese Erscheinungen zu erklären, sucht Vitruv nach ihren Ursachen. Er beruft sich jedoch nicht auf die von Archimedes aufgestellten Sätze, sondern bemerkt nur: „Man kann nicht leugnen, daß nicht in der Größe des Gewichtes, sondern in der Art der Körper die Schwere beruht“ [5]).

Seneca stellt den Satz auf, daß das Leichtere sich über das Schwerere lagere, doch verwendet er seine Aussage nicht dazu, das Schwimmen zu erklären. Er erzählt nur, daß es Gewässer gebe, welche Menschen und Steine nicht untergehen lassen.

Qazwînî [6]) teilt gelegentlich der Anführung der Annahme, daß die Erde wie ein Stück Holz auf dem Wasser schwimmt, folgende Äußerung mit: „Andere sagen, sie schwimme auf dem Wasser gerade so, wie das Bleiblättchen auf dem Wasser schwimmt, wenn es eine große Ausdehnung besitzt, aber untersinkt, wenn es klein ist.“

Ibn al Faqîh [6]) macht folgende Angabe: „Zu Ägyptens Wundern gehört al Schabb (Alaun), ein schwarzer mit Blatternarben bedeckter Stein. Er schwimmt auf dem Wasser,

[1]) II, 104 106. [2]) XII, 54. [3]) XIII, 12. [4]) XXXIII, 99.
[5]) V. Rose l. c. S. 175.
[6]) E. Wiedemann, Beiträge III, 243; XXX, 249.

während Ebenholz (Abnûs) untersinkt. Gibt es wohl etwas Wunderbareres als ein Holz, das untersinkt und einen Stein, der schwimmt? Im Wasser untersinkende Holzarten sind das Ebenholz, das indische Ebenholz (Schîz), al ʿUnnâb (Jujuba, Ziziphus vulgaris), das Eisenholz (Âhendâr = Âhendâl)."

Albertus Saxonicus gibt keine prinzipiellen Darlegungen über das Schwimmen. Eine schwimmende Körper betreffende Stelle ist bereits beim Aräometer behandelt[1]).

Die Gelehrten des Mittelalters, die vorwiegend Theologen waren, denken, wie z. B. Albertus Magnus ganz aristotelisch. Das Sinken eines Körpers wird durch das Überwiegen der „Erde", das Schwimmen durch das Überwiegen der Luft, die in den Poren enthalten ist, erklärt.

Cardanus gibt in seinem Werk de subtilitate keine Lehre vom Schwimmen, wohl aber einige Beispiele[2]) praktischer Verwertung dafür, daß einige Körper leichter als Wasser sind, z. B. ein mit Luft erfüllter Schlauch, der als Schwimmgürtel wirkt. (Vgl. S. 119).

Wir wenden uns jetzt zu den Aussagen des Archimedes. Da die Schriften des Aristoteles weit Verbreitung fanden, so darf man annehmen, daß auch Archimedes sie kannte und sich mit den darin vorgetragenen Meinungen auseinandersetzte. Doch nennt dieser Gelehrte weder die, welche ihn beeinflußten, noch die Wege, die ihn zu neuen Resultaten führten. Er läßt, wie meist die antiken Gelehrten, die Gedanken, die ihn wohl zum Ziele führten, nicht an den Tag treten. Erst in später Zeit finden wir Überlieferungen, die zu erklären suchen, wie wohl Archimedes auf seine Gesetze kam[3]).

Wir heben aus dem Werk „Über die schwimmenden Körper" folgende wichtige Stellen heraus.

Die Annahme, von der Archimedes ausgeht, besteht darin, daß jede Flüssigkeit — er sagt absichtlich nicht Wasser,

---

[1]) S. 95 f. [2]) S. 28.

[3]) Vgl. oben S. 39 ff. Vitruv, Menelaus, al Bîrûnî, al Châzinî und das Gedicht des Fannius.

sondern gebraucht den Ausdruck *τὸ ὑγρὸν*, aus sehr vielen, kleinen, beweglichen Teilen besteht, die sich gegenseitig berühren. Die Oberfläche ist gekrümmt und bildet einen Teil der Sphäre, deren Mittelpunkt der Erdmittelpunkt ist. Bei allen Beweisen setzt Archimedes voraus, daß die Flüssigkeit sich in Ruhe befindet. In dieser Lage werden zwar alle Teile von den senkrecht darüberliegenden gedrückt, aber gleichmäßig, so daß keine Bewegung entstehen kann. Das Gleichgewicht wird nur gestört, wenn einige Teile stärker als andere gedrückt werden, dann werden die weniger stark gedrückten fortbewegt[1]). Dieser Druck pflanzt sich, wie aus den Beweisen hervorgeht, durch die ganze Flüssigkeit fort.

Wenn ein schwerer Körper in eine Flüssigkeit gesenkt wird, ergeben sich drei Möglichkeiten, die Archimedes scharf hervorhebt.

1. „Werden[2]) feste Körper, welche dieselbe Schwere wie die Flüssigkeit besitzen, in letztere getaucht, so sinken sie so tief ein, daß sie über die Oberfläche der Flüssigkeit nicht herausragen, aber auch nicht in die Tiefe gezogen werden.“ Nach dem arabischen Text lautet die Stelle: „Ist irgendein Körper einer Flüssigkeit an Gewicht gleich und bringt man diesen Körper in diese Flüssigkeit, so sinkt er soweit in ihr ein, bis seine Oberfläche mit ihrer Oberfläche gleich steht und nur soweit.“ Vgl. E. Wiedemann, Beiträge VII, S. 154.

Archimedes gibt für seine Behauptung einen Beweis, den er durch eine Figur veranschaulicht[3]). (Cf. Figur 20.) Senkt man einen festen Körper, der soviel wiegt wie die Flüssigkeit[4]), in diese ein, nehme man an, er rage, ohne daß die Flüssigkeit sich bewegt, um das Stück BEZG aus ihr heraus, während BGTH einsinke. ABGD stellt ein Stück der Erdoberfläche dar. Aus

[1]) J. L. Heiberg l. c. S. 319.

[2]) Ebendort S. 321. Nach dem von A. Mai veröffentlichten Fragment (Heiberg S. VIII) lautet diese Stelle: *Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ ἰσομεγέθη καὶ ὑποβαρῆ τῷ ὑγρῷ καθειμένα εἰς τὸ ὑγρὸν βαπτισθήσονται, ὥστε τὴν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν μὴ ὑπερβάλλειν, καὶ οὐκέτι οἰσθήσεται εἰς τὰ κατωτέρω.*

[3]) J. L. Heiberg l. c. S. 323.

[4]) D. h. bei gleichen Volumen.

den gegen MK symmetrisch liegenden Sektoren LKM und MKN sind zwei gleich große und ähnlich liegende Pyramiden herausgeschnitten, die ihre Spitze in K haben und deren Grundflächen die Parallelogramme sind, nach denen die Sphäre den festen Körper sowie sein Spiegelbild RYCS begrenzt. Die Drucke der beiden Körper auf die Wasserpyramiden sind ungleich, denn der Körper rechts ist kleiner und hält nur dem Stück BGTH Gleichgewicht. Darum kann die Flüssigkeit nicht in Ruhe bleiben. Gerade diese Bedingung ist aber die Voraussetzung. Also kann kein Teil des festen Körpers, wenn er mit der Flüssigkeit in der Schwere übereinstimmt, über die Oberfläche hinausragen. Aber auch die andere Möglichkeit ist ausgeschlossen, „denn alle gleichliegenden Teile der Flüssigkeit werden in gleicher Weise gedrückt, weil der feste Körper und die Flüssigkeit gleich schwer sind."

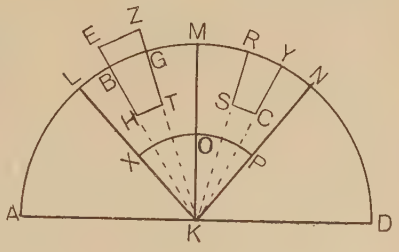


Fig. 20.

Archimedes ist also der Meinung, daß, wenn ein Körper dasselbe spez. Gewicht wie die Flüssigkeit besitzt, es nur eine einzige Gleichgewichtslage gibt, die dadurch charakterisiert ist, daß die Oberflächen der Flüssigkeit und des Körpers sich berühren. Darin besteht der Irrtum des Archimedes Es entging ihm, daß er einen Körper eintaucht, der wegen seiner berührten Eigenschaft in keiner Lage einen größeren Druck ausüben kann als die ähnlich liegende Wassermenge, aber auch nicht weniger, somit keinen Auftrieb erfährt, also schwebt[1]).

Der „archimedische Irrtum" verbreitete sich mit den Werken dieses Gelehrten durch die ganze Kulturwelt und fand während 1800 Jahren keinen Widerspruch, ein Zeichen

[1]) Archimedes kennt den Begriff des Schwebens nicht. Der Beweis scheint durch kein Experiment nachgeprüft worden zu sein, vielleicht weil er keine derartigen Körper besaß; oder er legte diesem Grenzfalle keine besondere Bedeutung zu.

von gewissenhafter Überlieferung, aber auch einer gewissen Unselbständigkeit.

Zum erstenmal finden wir ihn bei Hero, der schreibt[1]): Archimedes zeigte in seinem Werk von den schwimmenden Körpern, daß Körper, die gleichschwer wie die Flüssigkeit sind, nach dem Eintauchen weder über die Flüssigkeit herausragen noch niedersinken. Seneca bemerkt[2]), ohne den Namen des Archimedes nur zu erwähnen: „Wenn das Gewicht der Wassermenge und des gleich großen Dings das nämliche ist, wird letzteres nicht nach dem Boden gehen noch herausragen, sondern mit dem Wasser im Gleichgewicht bleiben, es wird schwimmen, aber fast in das Wasser eingetaucht und so, daß es an keinem Teile herausragt."

In den Schriften der Ichwân al Ṣafâ liest man[3]): „Faßt der Hohlraum genau soviel Wasser als seinem Gewicht entspricht, so sinkt dieser Körper nicht im Wasser unter, sondern seine [Grenzfläche] bleibt gerade in Berührung mit der Wasseroberfläche." Al Châzinî äußert sich in der „Wage der Weisheit" folgendermaßen[4]): „Wirft man den „gleichen"[5]) Körper in Wasser, so taucht er in ihm unter, bis die beiden Flächen des Wassers und des „gleichen" Körpers gleich sind; tiefer als bis dahin taucht er nicht ein und gelangt nicht bis zum Boden. Er hat in ihm keine Schwere."

In der persischen Enzyklopädie des al Râzî findet sich die Stelle: „Ist Gleichgewicht vorhanden, so taucht er, wenn er in das Wasser fällt, soweit unter, bis seine Fläche mit derjenigen des Wassers gleichsteht." In dem Werke Ajîn-i-Akbarî liest man: „Ist das verdrängte Wasser so schwer wie das Gewicht des Körpers, so fällt seine obere Fläche mit der Oberfläche des Wassers zusammen."

Albertus Saxonicus schreibt: „Wenn die Oberfläche der Flüssigkeit und des eingetauchten Körpers sich oben berühren, sind sie gleich schwer."

[1]) Pneum. I, p. 24, 11. [2]) Lib. III, 25, 5.
[3]) E. Wiedemann, Beiträge VII, 161.
[4]) I, 61; E. Wiedemann, Beiträge XVI, 134.
[5]) Unter dem „gleichen" Körper versteht al Châzinî denjenigen, der genau soviel wiegt als Wasser von demselben Volumen.

Selbst Mersenne (1588—1648) sagt noch[1]): „Sind Körper und Flüssigkeit gleich schwer, wird ersterer nicht weiter hinabsinken, als das dem Körper gleiche Wasser beträgt."

2. Die zweite Möglichkeit, das Schwimmen des Körpers, wird mit folgenden Worten geschildert[2]): „Taucht man einen festen Körper, der leichter als die Flüssigkeit ist, in letztere ein, so sinkt er nicht ganz unter, vielmehr ragt ein Stück von ihm über die Oberfläche heraus." Die arabische Überlieferung lautet: „Ist irgendein Körper leichter als eine Flüssigkeit und bringt man diesen Körper in die Flüssigkeit, so taucht er nicht ganz in ihr unter, sondern es ragt etwas von ihm über die Oberfläche der Flüssigkeit hervor.

Wägt man von einem festen Körper und einer Flüssigkeit gleiche Volumina ab, und ist das Gewicht des Körpers leichter als das der Flüssigkeit, so muß ein Stück des Körpers aus der Flüssigkeit herausragen. Dafür gibt Archimedes einen durch eine Abbildung[3]) unterstützten Beweis. Er denkt sich wieder zwei ähnlich liegende Pyramiden mit der Spitze im Erdmittelpunkt. Dem festen Körper, der, „wenn es möglich ist", ganz eintaucht, entspricht in der anderen Pyramide ein Wasserkörper gleichen Volumens. Da nach der Voraussetzung der feste Körper weniger wiegt, übt der Wasserkörper einen größeren Druck aus, also muß das weniger Gedrückte nach oben fortgestoßen werden. Die Flüssigkeit bleibt nicht, wie vorausgesetzt ist, in Ruhe. Der feste Körper wird also nicht ganz eintauchen, sondern ein Stück über die Oberfläche hervorragen.

Von der Größe des eintauchenden Volumens handelt Archimedes im folgenden Satz: „Ein fester Körper, der leichter als eine Flüssigkeit ist, taucht so tief ein, daß die verdrängte Flüssigkeitsmenge soviel wiegt wie der ganze Körper"[4]). Nach dem arabischen Text lautet die Stelle: „Ist der beliebige

[1]) Cogitata phys.-math. S. 179.

[2]) J. L. Heiberg l. c. S. 325. E. Wiedemann, Beiträge VII, S. 154.

[3]) Die zwei volumengleichen Körper sind in die Sektoren LKM und MKN eingezeichnet. Cfr. Fig. S. 113.

[4]) J. L. Heiberg l. c. S. 329.

Körper leichter als die Flüssigkeit und bringt man ihn in sie, so taucht von ihm eine gewisse Menge unter. Nimmt man eine Menge der Flüssigkeit, welche dem Volumen nach der von ihm untergetauchten Menge gleich ist, so findet man, daß das Gewicht dieser Flüssigkeitsmenge gleich dem Gewicht des ganzen Körpers ist“ [1]). Zum Beweise benützt er die Figur S. 113. Der eintauchende Körper ist leichter als die Flüssigkeit; soll diese in Ruhe bleiben, müssen die Flächen XO und OP gleich gedrückt werden. Denkt man sich den Wasserkörper SRYC herausgenommen und ebenso in der linken Pyramide den festen Körper, soll Gleichgewicht herrschen. Also muß der ganze feste Körper so schwer sein als die von ihm verdrängte Flüssigkeit.

Aus dem vorangehenden Satze zieht Archimedes eine Folgerung; er gibt die Kraft des Auftriebes an, welchen Körper erfahren, die, leichter als die Flüssigkeit, ganz in sie untergetaucht werden. Er sagt: „Feste Körper, die leichter als eine Flüssigkeit sind, werden, wenn man sie in die Flüssigkeit hinabdrückt, mit einer Kraft emporgetrieben, die gleich ist dem Überschuß des Gewichtes der Flüssigkeit vom Volumen des Körpers über das Gewicht des Körpers [2]).“ Nach dem Arabischen: „Ist der beliebige Körper leichter als die Flüssigkeit und wird er ganz von ihr bedeckt, so geschieht das Emporsteigen mit einer Kraft, die gleich ist der Kraft des Überschusses des Gewichtes einer Menge der Flüssigkeit, die an Volumen diesem Körper gleich ist, über das Gewicht dieses Körpers“. Sein Beweis dafür ist folgender. (Cf. Figur 21.) Ein Körper A, der leichter als die Flüssigkeit ist, habe das Gewicht B; dasselbe Volumen Flüssigkeit wiegt B + G; es ist zu zeigen, daß der Körper mit der Kraft G nach oben getrieben wird. Zu dem Zwecke denkt er sich einen Hilfskörper D vom Gewichte G. Der ganze Körper (A + D) ist leichter als das gleichgroße Flüssigkeitsvolumen. Senkt man den Körper ein, sinkt er nach dem vorangehenden Satze so

[1]) E. Wiedemann, Beiträge VII, 154 Dieser Satz wurde bei der Theorie des Aräometers von Pappus von al Châzinî verwendet. Cf. S. 105.

[2]) J. L Heiberg S 331.

tief, daß das verdrängte Volumen soviel wiegt wie der ganze Körper. Es muß gerade der Körper A einsinken, denn dieses Volumen Flüssigkeit wiegt B + G, der über die Flüssigkeit getriebene Körper D stellt aber die Kraft G dar oder den Überschuß des Gewichtes der Flüssigkeit vom Volumen A über das Gewicht von A [1]).

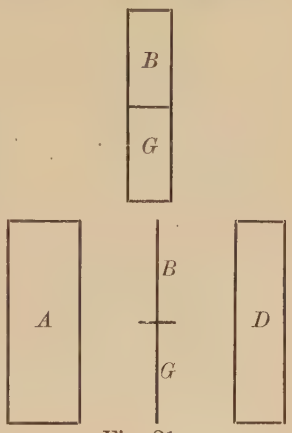


Fig. 21.

3. Die dritte Möglichkeit ist, daß der eingetauchte Körper schwerer als die Flüssigkeit ist. „Feste Körper, die schwerer als die Flüssigkeit sind, werden nach dem Eintauchen in letztere sinken, bis sie auf den Grund kommen und dabei um soviel leichter werden, als das Gewicht der Flüssigkeit vom Volumen des Körpers beträgt“ [2]). Nach dem Arabischen: „Ist der beliebige Körper schwerer als die Flüssigkeit und wird er in sie gebracht, so sinkt er in ihr unter und was von ihr (= der Flüssigkeit) ihn in die Höhe hebt, ist an Volumen gleich diesem Körper“ [2]). Den ersten Teil seiner Behauptung beweist Archimedes als selbstverständlich nicht, dagegen weist er die angegebene Abnahme des Gewichtes nach. (Cf. Figur 22.) Das Gewicht des Körpers A bestehe aus B + G, wobei B das Gewicht der Flüssigkeit ist, das mit A gleiches Volumen hat. Es ist zu zeigen, daß A in der Flüssigkeit noch das Gewicht G besitzt. Zum Nachweis nimmt er einen Hilfskörper D an, der leichter als die Flüssigkeit ist und das Luftgewicht B hat. Dasselbe Volumen Flüssigkeit wiegt also B + G. Nun setzt Archimedes die Körper A und D zu einem Körper zusammen, sein Gewicht ist B + G + B, das diesem Körpervolumen entsprechende Flüssigkeitsvolumen wiegt eben-

Fig. 22.

[1]) Hat der Körper das Volumen V, das spez. Gewicht s, die Flüssigkeit σ, ist der Auftrieb $V \cdot (\sigma - s)$.

[2]) J. L. Heiberg l. c. S. 335. E. Wiedemann, Beiträge VII, 155.

falls $B + G + B$; folglich muß der Körper eingetaucht mit der Flüssigkeit im Gleichgewicht bleiben („cum humido aequilibritatem servabunt"). Der Auftrieb des leichteren Körpers D kompensiert den Abtrieb des schwereren Körpers A. Da aber D mit der Kraft G hinaufgetrieben wird, sinkt A mit der Schwere G, hat also das Gewicht B verloren oder das Gewicht der Flüssigkeit vom Volumen des Körpers A[1]).

Die neuen Erkenntnisse, welche Archimedes in dem Werke über die schwimmenden Körper niedergelegt hatte, fanden wohl nicht die Würdigung, die sie verdienten.

Unter den römischen Gelehrten ist es Seneca, der einen Satz des Archimedes bringt, ohne freilich den Autor zu nennen; er schreibt[2]): „Wenn das Wasser schwerer ist, trägt es den leichteren Körper und hebt ihn mit der Kraft über sich hinaus, als er leichter sein wird. Schwerere sinken unter".

Mânâtîus und Menelaus verwenden bewußt die Sätze des Archimedes.

Die an diese Gelehrten sich anschließenden arabischen Gelehrten kannten die Resultate des Archimedes[3]), den sie oft zitieren, sehr wohl, wie schon die Verbreitung des archimedischen Irrtums beweist[4]). Im Abendlande waren die Sätze des Archimedes nur wenig bekannt. Der Pseudo-Archimedes ist mit ihnen vertraut. Er sagt: Das Gewicht jedes Körpers ist in Luft größer als in Wasser und zwar „per pondus aquae sibi aequale in magnitudine." Nicolaus v. Cusa kennt seine Werke, die ihm der Papst Nicolaus V. übersandt hatte. Ob auch die Abhandlung über die schwimmenden Körper dabei war, läßt sich nicht sagen, da Nic. v. Cusa nur mit wenigen Worten vom Schwimmen handelt; die folgende Aussage

[1]) In unserer Bezeichnung heißt das $V \cdot s = G + B$, $B = V \cdot \sigma$, $G = V \cdot (s - \sigma)$. Man beachte, daß Archimedes bereits Körper leichter wie Flüssigkeit mit solchen schwerer wie Flüssigkeit verbindet. Ob er solche Körper sich nur dachte oder wirklich herstellte, läßt sich nicht entscheiden. Jedenfalls ist die Frage nach der Abhängigkeit der Schwere eines Körpers vom Ort hiermit beantwortet.

[2]) F. Haase l. c. S. 228.

[3]) E. Wiedemann, Beiträge XVI, 1 53 ff. Cf. S. 13. 17. 25. 39. 48. 62. 71. 105.

[4]) Vgl. S. 114.

kann auch anderen Quellen entstammen. „Ist der Gegenstand Holz und sein Gewicht größer als das des Wassers, wird es untersinken, wenn aber kleiner als das des Wassers, wird es schwimmen und zwar bleibt über dem Wasser der Teil des Holzes, der dem Überschuß des Wassergewichtes über das Holzgewicht entspricht". In den folgenden Zeiten werden die Werke des Archimedes vergessen. Tartalea[1]) war wohl der erste, der die Bedeutung derselben erkannte. Der Verleger Curtius Trajanus sagt deshalb von ihm „Archimedem in lucem revocavit". Cardanus gibt dem Archimedes unter den 12 Männern, die zu allen Zeiten hochgeachtet werden, den ersten Platz.

Von seinen Werken sagt er, daß sie erst jetzt wieder Verbreitung finden („monumenta illius nunc vulgata"). Cardanus wiederholt die Sätze des Archimedes nicht, er beschreibt aber eine Anwendung derselben: „Wie man gesunkene Schiffe hebt"[2]). Wenn man ein gesunkenes Schiff wieder heben will, bringt man mit Steinen beschwerte Kähne an das Schiff und bindet sie mit Seilen straff an. Dann schafft man die Steine in leere Nachen; die erleichterten Kähne heben das Schiff etwas in die Höhe. Diesen Vorgang wiederholt man und so wird das Schiff ruckweise emporgetragen. Freilich gehören dazu viele Kähne, besonders dann, wenn das Schiff schon etwas aus dem Wasser ragt. Bei dieser Gelegenheit bemerkt er: „Jedes Schiff kann soviel an Gewicht tragen, als das Wasser wiegt, daß es fassen kann."

Archimedes hatte die Lehre vom Schwimmen so erschöpfend gegeben, daß es schwer war, seinen Gedanken etwas Neues hinzuzufügen. Doch konnte das in zwei Punkten geschehen; man konnte Körper mit Hohlräumen untersuchen und die Bedingungen für das Schweben aufstellen.

Archimedes hat, soviel wir wissen, nur massive Körper geprüft; die Araber zogen auch Hohlkörper in den Bereich ihrer

[1]) Vgl. S. 20, 59.

[2]) De subt. S. 28. Vgl. E. Wiedemann, Beiträge XIV, S. 59, wo der Versuch des Abu'l Ṣalt, ein vor Alexandria gesunkenes Schiff zu heben, geschildert wird.

Betrachtung. Wir folgen in der Darstellung der Überlieferung bei al Châzinî[1]). Der hohle Körper hatte die Gestalt einer Kalotte von beliebiger Wandstärke. Oben war er abgeschlossen. Der von der Innenwand begrenzte Raum ist der Hohlraum I, der von der Außenfläche begrenzte der Hohlraum II. Auch für diesen Körper werden die beim Eintauchen entstehenden drei Möglichkeiten diskutiert. Wiegt der ganze Körper soviel wie das vom Hohlraum II verdrängte Wasser, so entsprechen sich die beiden Körper, d. h. der Hohlkörper sinkt im Wasser so tief, daß die Oberflächen sich berühren. Verkleinert man den Hohlraum II unter Beibehaltung des Gewichtes, so muß der Körper sinken; vergrößert man ihn unter derselben Bedingung, muß er schwimmen.

Stellt man den Körper aus einem Material her, das mit der Flüssigkeit gleiches spez. Gewicht hat, so wird er wegen des Hohlraumes stets schwimmen, wie groß er auch sein mag. Füllt man den Hohlraum mit der Flüssigkeit vollständig aus, tritt Sinken bis zur Berührung der Oberfläche ein. Änderungen in der Größe können hier nichts ausmachen. Ist aber das Material spez. leichter als die Flüssigkeit, d. h. hat man einen schwimmenden Körper und füllt den Hohlraum völlig mit der Flüssigkeit voll, muß die Oberfläche innerhalb höher stehen als außerhalb.

Der zweite Punkt, in dem die Lehre des Archimedes zu ergänzen war, war der von dem Schweben. Der Begriff selbst war nicht neu. Schon Plato und Aristoteles sagten von der Erde, daß sie im Mittelpunkt des Alls schwebe[2]), d. h. in unveränderlichem Zustand verharre. Von anderen Körpern leugnet Aristoteles die Möglichkeit des Schwebens. Zum Beweise seiner Behauptung denkt er sich einen aus Luft und Wasser zusammengesetzten Körper, so daß jedem die Eigenschaften des anderen zukommen. Dann muß es eine Luftmenge geben, die irgendeinem Wasserquantum Gleichgewicht hält. Da er aber bewiesen zu haben glaubt, daß es keine Luftmenge gibt, die einem Wassergewicht gleichwertig ist, folgert er hieraus die Unmöglichkeit des Schwebens[2]). Archi-

[1]) E. Wiedemann, Beiträge XVI, S. 133 ff.

[2]) Tim. 62, E. *αἰωρεῖσθαι* de coel. III, 2; IV, 5.

medes spricht, wie schon erwähnt, ebenfalls nicht vom Schweben, sondern vom Einsinken bis zur Berührung der Oberflächen; in der Tat hat er aber im 1. und 3. der von ihm behandelten Fälle schwebende Körper betrachtet, d. h. solche die keinen Auftrieb und keinen Abtrieb in der Flüssigkeit erfahren; im ersten Falle war der Körper von Natur aus so beschaffen, im 3. Falle hat er sich einen solchen Körper künstlich dargestellt.

Die Araber folgten auch in diesem Stücke ihrem Vorgänger. Al Châzinî schildert die Wege, auf denen es gelingt, Körper bis zum Berühren der Oberflächen eintauchen zu lassen. Der erste Weg ist: Man legt Gewichte zu, bis der schwimmende Körper zum „gleichen“ [1]) Körper wird. Die Gewichte konnten auf den Deckel des Hohlkörpers gelegt werden oder in den Hohlraum selbst. Ebenso konnte man massive schwimmende Körper derartig mit Gewichten beschweren, daß sie bis zur Berührung der Oberflächen eintauchten [2]).

Der zweite Weg war Körper schwerer und leichter wie Wasser zu verbinden. „Verbindet man mit dem untersinkenden massiven Körper einen schwimmenden, dessen Luftkraft [3]) gleich der Kraft des Herabsinkens ist, so werden beide gleichsam zum Körper al matalî [4]), so daß sie im Wasser eintauchen und entsprechen und nicht zum Grunde sinken.“ Trotzdem sich al Châzinî über derartige Versuche nicht näher ausspricht,

---

[1]) Vgl. S. 114, Anm. 5.

[2]) Legte man die Gewichte oben auf, konnte man das System nur bis zum Berühren der Oberflächen untersuchen, da sonst bei den Gewichten ein Verlust eintrat. Legte man dagegen die Gewichte in den Hohlraum, mußte das System in allen Lagen schweben. Doch an die Aussage des Archimedes gebunden, hat man nur die eine Gleichgewichtslage ins Auge gefaßt.

[3]) Vom schwimmenden Körper ($s < \sigma$) sagt al Châzinî, daß der Rest in der Luft bleibt wegen der in ihm enthaltenen „Luftkraft“. Er definiert diese als den Unterschied zwischen dem Gewicht des Wassers des Abbildes und dem Gewicht des verdrängten Wassers. (Cf. S. 115.) Unter dem Wasser des Abbildes versteht man das Wasser, welches das gleiche Volumen hat wie der massive Körper. Cf. E. Wiedemann, Beiträge XVI, 133 f.

[4]) D. h. der Körper hat dasselbe spez. Gewicht wie die Flüssigkeit.

ist es doch wahrscheinlich, daß er solche anstellte, da er in seine Tabelle[1]) Eis und Ei aufgenommen hat.

Über das Schwimmen und die Tiefe des Eintauchens finden sich bei den Ichwân al Ṣafâ[2]) („die getreuen Brüder") folgende Bemerkungen: „Bei jedem auf dem Wasser schwimmenden Körper faßt sein (eintauchender) Hohlraum genau soviel Wasser als seinem Gewicht entspricht. Faßt der Hohlraum nicht soviel Wasser, als seinem Gewicht entspricht, so sinkt der Körper unter und bleibt nicht schwimmend. Faßt dieser Hohlraum genau so viel Wasser, als seinem Gewicht entspricht, so sinkt dieser Körper nicht im Wasser unter und es erhebt sich auch nichts von ihm über das Wasser, sondern seine (Grenzfläche) bleibt gerade in Berührung mit der Wasseroberfläche.

Bei zwei schwimmenden Körpern ist das Verhältnis der Volumina der beiden (eingetauchten) Hohlräume genau gleich dem Verhältnis der beiden Gewichte (der Körper)."

Ganz ähnlich heißt es in den Aîn-î-Akbarî: „Ein Körper sinkt in Wasser unter, wenn die verdrängte Wassermenge kleiner ist als das Gewicht des Körpers; ein Körper schwimmt, wenn diese Menge größer ist; und ist das verdrängte Wasser gleich dem Gewicht des Körpers, so fällt seine obere Seite mit der Wasseroberfläche zusammen"[3]).

Der erste Gelehrte, der sich unseres Wissens vom Irrtum des Archimedes frei machte und erkannte, daß es für Körper, natürliche oder künstliche, die mit der Flüssigkeit gleiche Schwere haben, viele Gleichgewichtslagen gibt[4]), ist Nic. Tartalea. Er geht bewußt darauf aus, Verbindungen herzustellen, die in einer Flüssigkeit schweben.

Tartalea stellt sich aus dem Holz der Weißpappel ein Kästchen her und befestigt daran Blei. Nach seiner Angabe wog das Holz 37 unc., das Blei 31 unc. Er behauptet, bei

[1]) S. 93.

[2]) Ausgabe von Bombay 1305 d. H. Bd. I, Abt. 2, S. 10. E. Wiedemann, Beiträge VII, S. 160.

[3]) Bibl. indica 1868 Bd. I, S. 42. Vgl. S. 114 dieser Abh.

[4]) Er spricht nie davon, daß sich die Oberflächen berühren müssen.

dieser Verbindung trete das Schweben ein. Als spez. Gewicht des Holzes gibt er 0,45 an, für „Blei“ 15. Das verwendete Holz hat in grünem Zustand s = 0,9, trocken 0,38. Behält man den sicher falschen Wert für Blei bei, findet man für das spez. Gewicht des Holzes, das doch beim Versuch Wasser einsaugt, 0,56 [1]).

Belastet er das Kästchen mit etwas mehr Blei, so wird es langsam in die Tiefe gezogen. Als Beispiel nennt er die Verbindung 93 kar. Holz und 119 kar. Blei. Am Schluß seiner Versuche bestimmt er noch einmal das spez. Gewicht des Holzes und findet 0,52.

Einen zweiten Versuch macht er mit einem Kasten aus Nußbaumholz, dessen äußere Dimensionen 168; 128; 35 minuti [2]), dessen innere 150; 147; 29 min. sind. Das spez. Gewicht des Holzes ist nicht angegeben. Er will prüfen, ob der Kasten imstande ist, ohne zu sinken, einen Stein (s = 2,21) von 135·62·31 cbmin. zu tragen. Zahlenmäßig ist das Experiment nicht weiter belegt, der Bericht bricht mit etc. ab. Soviel aber geht aus dem Text hervor, daß er den Stein einmal unterhalb der Kiste im Wasser aufhing, das zweitemal ihn in die Kiste hineinlegte. Tartalea behauptet, beim ersten Versuch sei das ganze System nur halb so tief eingetaucht wie beim zweiten [3]).

Weiter geben wir die Zahlen, welche O. Römer für die Verbindungen findet, die mit dem Wasser gleiches spez. Gewicht haben [4]). Er verbindet Blei und Wachs, sowie Blei und Holz.

Zuerst verbindet er Blei und Wachs bei einem Luftgewicht von 100; 100 Teile Blei verlieren im Wasser 100:11,31 = 8,84173 Gewichtsteile, 100 Teile Wachs dagegen 103,0929. Mischt

[1]) $V_1 \cdot x = 37$; $V_2 \cdot 15 = 31$; da Auftrieb = Abtrieb, gilt $V_1(1-x) = V_2(15-1)$; daraus ergibt sich der obige Wert.

[2]) Herr Prof. Favaro in Padua hatte die Güte mir mitzuteilen, daß 1 minuti = 0,68 m, in anderen Gegenden 0,64 m ist.

[3]) Nimmt man für Nußbaumholz s = 0,66, so taucht der Kasten mit angehängtem Stein 20,41 min., mit eingelegtem Stein 32,77 min. tief ein. Die obige Angabe ist also nicht richtig.

[4]) Advers. S. 200.

man im Verhältnis (15 + 1), so wird der Körper sinken, da nur ein Auftrieb von 97 (genau 96,09699) vorhanden ist, während er 100 sein soll. Deshalb nimmt er jetzt $15\frac{1}{4}$ Wachs und $\frac{3}{4}$ Blei. Da Römer hierbei keine genauen Werte findet, legt er ein Luftgewicht von 10000 Gewichtseinheiten zugrunde, da er als 64 lötig ansieht. Er prüft die Verbindungen (62 + 2), dann $(61\frac{3}{4} + 2\frac{1}{4})$; hier findet er einen Auftrieb von 9988 statt 10000[1]). Ferner kombiniert Römer Holz und Blei. Blei verdrängt bei einem Luftgewicht 100 8,84173, Holz 200, da er $s = 0{,}5$ setzt. Stellt er die Verbindungen (48 + 16); (32 + 32); (34 + 30); (33 + 31) her, findet er die Auftriebe 56,6353; 104,4235; 98,45; 101,4. Genauer rechnet er nicht[2]).

Den Abschluß der Entwickelung der Lehre vom Schwimmen finden wir bei Galilei, soweit es sich um eine Fortentwickelung der archimedischen Gedanken handelt; dagegen mußten ihm die Gründe verschlossen bleiben, aus denen ein flacher Körper an der Oberfläche schwimmt, im Inneren der Flüssigkeit sinkt.

Die Lehre vom Schwimmen, welche Archimedes eingehend begründet hatte, fand unter den Anhängern des Aristoteles scharfe Gegner. Als diesen Galilei jede Autorität in Fragen der Natur absprach und eine Befreiung von Aristoteles anstrebte, entflammte der Streit. Fl. Papazzoni von Pisa nannte das Eis verdichtetes Wasser, Galilei dagegen verdünntes Wasser, da Eis auf Wasser schwimmt. Die Gegner erklärten Eis für schwerer als Wasser, es schwimme nur infolge der flachen und breiten Form. Galilei behauptete, es schwimme in jeder Form; die Form habe für das Schwimmen keine Bedeutung. Ein Körper, der von Natur aus sinkt, sinkt in jeder Form. Vom Eise zeigte er, daß es beim Schmelzen sein Volumen verkleinert. Die Kontroverse veranlaßte Galilei seine Ansicht niederzulegen, er tat es in dem „Diskurs über die Körper, die auf dem Wasser schwimmen oder in ihm sich bewegen." Der erste Entwurf[3]), der in den Tagen des

[1]) Genauer ist das Verhältnis $(61\frac{9}{10} + 2\frac{1}{10})$, dem ein Auftrieb von 10000,7 entspricht.

[2]) Zur Mischung $(33\frac{1}{5} + 30\frac{4}{5})$ findet man 100,24.

[3]) Ed. Naz. Bd. 4, S. 1—56.

Streites verfaßt ist, zeigt den ganzen Unmut, den er gegen solche unwissende Feinde empfand; in der später gedruckten Abhandlung[1]) ließ er alle persönlichen Momente fort.

Galilei schließt sich dabei ganz an Archimedes an, den er mit den ehrendsten Beinamen zu schmücken pflegt, wie der Göttliche, der Unnachahmliche. Um jedes Mißverständnis zu beseitigen, führte Galilei zwei Begriffe wieder ein, die schon in früherer Zeit geprägt worden waren (secundum speciem und secundum numerositatem). „Ich nenne gleich spezifisch schwer die Materien, von denen gleiche Raumgrößen gleich viel wiegen, aber gleich in absoluter Schwere werde ich zwei schwer Körper nennen, die gleich viel wiegen, auch wenn sie an Raumgröße ungleich wären“ [2]). Dann sucht er nach Gründen für das Schwimmen der Körper. Setzt man einen Körper in eine Flüssigkeit, so wird diese verdrängt und gehoben. Da sie selbst schwer ist, leistet sie dagegen einen Widerstand. Man muß das Moment des Widerstandes der Flüssigkeit gegen das Heben mit dem des eintauchenden Körpers vergleichen. Sinken und Schwimmen hängt nur davon ab, ob das spez. Gewicht des Körpers größer oder kleiner als das der Flüssigkeit ist. Im letzteren Falle wird der Körper gehoben und zwar soweit über die Oberfläche, bis der eintauchende Teil eine Wassermenge verdrängt, die an Gewicht dem ganzen Körper gleich ist. Ob die umgebende Wassermenge groß oder klein ist, macht keinen Unterschied, das Moment des Widerstandes bleibt dasselbe. Wenn die Philosophen als Ursache des Schwimmens das Überwiegen des Luftelementes nennen, benennen sie nur die Ursache einer Ursache; die nächste Ursache ist das Leichtersein als Wasser.

Um zu zeigen, daß das Schwimmen unabhängig von der Form ist, empfiehlt Galilei sich einen Körper aus Wachs und Bleikügelchen herzustellen, die hineingeknetet werden, daß er eben noch schwimmt. Welche Form man auch dem Körper geben mag, immer wird er noch schwimmen. Am besten ist, wenn man

[1]) Ib. 57—140.

[2]) Galilei kennt die Schrift des Pseudo-Archimedes. Vgl. E. Wohlwill, Galilei, Leipzig 1909, Bd. I, S. 411.

eine Materie benützt, die ihrer Schwere nach im Wasser ebensowenig zum Sinken wie zum Steigen geneigt ist und in verschiedene Formen gebracht werden kann.

Nicht die Gestalt des Körpers bedingt Sinken oder Schwimmen. Wäre das der Fall, so müßte auch im Innern der Flüssigkeit die Scheibe aus Ebenholz schwebend bleiben, nicht untersinken, denn der Widerstand der Flüssigkeit gegen Zerteilung kann hier kein anderer sein als an der Oberfläche. Die Frage, warum die Scheibe hier sinkt, an der Oberfläche aber schwimmt, beantwortet Galilei damit, daß er annimmt, mit dem festen Körper steige die über ihm befindliche und an ihm haftende Luft hinab und fülle die entstandene Höhlung aus. Was also jetzt im Wasser ruht, ist nicht die Scheibe aus Ebenholz, sondern zusammengesetzt aus Luft und Ebenholz[1]), also ein Ganzes, das nicht mehr schwerer ist als Wasser. Befreit man durch Anfeuchten das Ebenholz von der Luft, so sinkt die Scheibe. Soll ein Körper schwerer als Wasser schwimmen, muß sich der Überschuß seiner Schwere über die des Wassers zur Schwere des Wassers verhalten wie die Höhe der kleinen Dämme an seinen Seiten zur Dicke des festen Körpers. So schwimmt also Gold in Scheiben, deren Dicke den 19. Teil von der Höhe des seitlich aufsteigenden Dammes beträgt. Interessant ist die Bemerkung: Es gibt keinen Körper, der nicht, ins Innere der Flüssigkeit gebracht, entweder vom Boden zur Oberfläche aufsteigt oder zum Grunde sinkt. Zusammenfassend sagt Galilei: „Die Schwere des Mediums muß mit der Schwere des eingetauchten Körpers verglichen werden. Das Überwiegen der einen oder der anderen ist die einzige, wahre, eigentümliche und absolute Ursache des Schwimmens und Sinken und keine andere ist daran beteiligt“ [2]).

Überblicken wir die ganze Entwickelung in Kürze, so sehen wir, daß die Antike in Archimedes und Menelaus die Grundlagen für die Lehre von dem Schwimmen und dem

[1]) Der wahre Grund (Kapillarkräfte) war damals noch nicht erkannt.
[2]) Über die sich anschließende Kontroverse vgl. E. Wohlwill l. c. S. 419 ff.

spez. Gewicht gelegt hatten; daß die Gelehrten jener Zeit auch schon Bestimmungen der spez. Gewichte und spez. Volumina ausführten, ist sicher, doch haben wir darüber keine genauen Nachrichten. Dagegen sind uns solche von den arabischen Forschern erhalten. Wie auf dem Gebiete der Optik Ibn al Haitam fast ohne Vorgänger Bedeutendes leistete, so tritt nach unvollkommenen Ansätzen fast unvermittelt mit ganz neuen experimentellen Ideen al Bîrûnî im 11. Jahrhundert auf, der in ganz moderner Weise seine Methoden kritisiert und genaue Bestimmungen anstellt. Seine Nachfolger entnehmen aus der Antike die auf dem archimedischen Prinzip beruhenden Wagen mit verschiebbaren Schalen und schaffen in der Wage der Weisheit ein technisches Meisterwerk.

So sind auch auf diesem Gebiet die muslimischen Gelehrten nicht bloß Nachahmer und Überlieferer der Antike gewesen, sondern haben durchaus Selbständiges geschaffen. Sie stehen auf den Schultern der Antike, gerade so wie die Gelehrten der Neuzeit auf denen ihrer Vorgänger. Männer wie Ibn al Haitam, Kamâl al Dîn und al Bîrûnî u. a. sind den größten Forschern aller Zeiten gleich zu achten.

Wie weit das Abendland auf dem hier behandelten Gebiet vom Orient beeiflußt ist, bleibt noch zu untersuchen, vor allem ob der Einfluß ebenso weitreichend ist wie auf dem Gebiete der Optik.

Zum Schlusse sei es mir gestattet Herrn Geheimrat Prof. Dr. E. Wiedemann für die Anregung zu vorliegender Arbeit und vielfache Unterstützung meinen ergebensten Dank auszusprechen. Von besonderem Werte war es für mich, daß er mir zahlreiche Übersetzungen von arabischen Texten überließ. Ebenso danke ich Herrn Privatdozent Dr. J. Würschmidt für das Interesse, das er an meiner Arbeit nahm.